

# آزمون روند آشوبی در بازار سهام تهران اوراق بهادار تهران

امیر بهداد سلامی\*

اغلب مشاهدات آماری پیرامون متغیرهای اقتصادی از آزمون‌هایی بهره گرفته‌اند که در مواجهه با داده‌های آشوبی به اشتباه افتاده و آنها را داده‌هایی تصادفی تشخیص داده‌اند. در حالی که این داده‌ها در واقع از سیستم‌هایی تعیین‌پذیر نشأت می‌گیرند که با اختلالاتی جزئی همراه می‌باشد. به همین جهت آزمون‌های دیگری توسعه یافته‌اند که مهم‌ترین آنها آزمون معروف به BDS، بعد همبستگی گراسبرگر و پروکاجیا و اغتشاش (آنتروپی) کولموگروف هستند. این آزمون‌ها، جهت بررسی وجود روندهای آشوبی در سری زمانی روزانه شاخص قیمت‌های بازار اوراق بهادار تهران از سال ۱۳۷۵ تا سال ۱۳۸۰، مورد استفاده قرار گرفتند. نتایج حاکی از وجود چنین روندی در مسیر تحول این شاخص است.

\* - امیر بهداد سلامی؛ دانشجوی دوره دکتری دانشگاه علامه طباطبائی.

لاپلاس در سال ۱۷۷۶ بیان کرد که اگر بتوانیم شرایط اولیه<sup>(۱)</sup> هر پدیده را شناسایی کنیم می‌توانیم آینده آن را نیز به طور دقیق پیش‌بینی نماییم. این تفکر مدت‌ها مورد قبول اندیشمندان عرصه علوم تجربی بود. اما پوانکاره در سال ۱۹۰۳ بیان کرد خطاهای کوچک امروز به خطاهای بزرگ در پیش‌بینی فردا منجر می‌شود و از آنجا که اغلب، شناخت دقیق وضعیت موجود امکان‌پذیر نیست و توأم با خطا است، پیش‌بینی نیز امری غیرممکن می‌نماید. به هر حال، با آنکه نظر غالب امروزی بسیار نزدیک به نظر پوانکاره است، اندیشمندان علوم مختلف بخش عظیمی از مطالعات خود را بر پیش‌بینی متغیرها و پدیده‌های مورد بررسی علوم خود متمرکز ساخته‌اند. از میان این علوم «اقتصاد» جوان‌ترین است.

اکثر متغیرهای اقتصادی از آن دست پدیده‌ها هستند که شناخت وضعیت موجود آنها غیرممکن یا حداقل مشکل است.<sup>(۲)</sup> لذا تا به حال پیش‌بینی‌ناپذیر بوده‌اند. برخی، این پیش‌بینی‌ناپذیری را دال بر وجود روند تصادفی در سری زمانی این‌گونه متغیرها دانسته و به دنبال کشف بخش تصادفی و تفکیک آن از بخش غیرتصادفی تغییرات متغیر در طول زمان، هستند.<sup>(۳)</sup> مدل‌های  $ARIMA(p,i,q)$  شاخص‌ترین این اقدامات هستند که جزء توضیح‌پذیر را خطی در نظر می‌گیرند و نوسانات را مستقل از زمان تصور می‌نمایند. اصولاً، در اکثر مطالعات، فرض بر این است که متغیر مورد بررسی یک روند خطی مشخص دارد که با یک روند تصادفی «نوفه سفید»<sup>(۴)</sup> همراه می‌شود. به‌طور خلاصه، به این‌گونه مدل‌ها عنوان خطی - تصادفی داده می‌شود. برخی نیز مدل‌های غیرخطی را بر این متغیرها اعمال کرده‌اند که از این دست می‌توان به

۱- شرایط اولیه، شامل وضعیت یا مقدار اولیه پدیده مورد بررسی، وضعیت یا مقدار اولیه تمامی متغیرهای مرتبط به آن و تمامی ساز و کارهای اثرگذار بر متغیر مورد بررسی و سایر متغیرهای اثرگذار می‌باشد.

۲- یکی از دلایل این وضعیت تعداد زیاد متغیرهای اثرگذار بر پدیده‌های اقتصادی است.

۳- حتی متعصب‌ترین طرفداران این اندیشه نیز قبول دارند که در روند یک متغیر اقتصادی یک جزء، توضیح‌پذیر و غیرتصادفی وجود دارد.

مدل‌های ARCH و GARCH که به‌طور ساده مدل غیرخطی را در واریانس پسماندها اعمال می‌کند، مدل‌های لگاریتمی، مدل‌های (1964) Box-Cox و... اشاره کرد که همه یک جزء تصادفی را نیز در مدل متصور می‌شوند. به این مدل‌ها اصطلاحاً غیرخطی - تصادفی اطلاق می‌شود. اما سیستم‌های خاصی هم وجود دارند که تنها ماهیتی غیرخطی داشته به هیچ‌وجه تصادفی نیستند یا به عبارت دیگر، به‌طور کامل قابل شناسایی<sup>(۱)</sup> هستند. این سیستم‌ها در وهله اول با سیستم خطی - تصادفی و غیرخطی - تصادفی اشتباه گرفته می‌شوند. جالب اینکه، این سیستم‌ها در گمراه کردن اغلب آزمون‌های تصادفی بودن موفق عمل می‌کنند، لذا اگر آزمون‌های استاندارد تشخیص روند تصادفی به کار گرفته‌شود، امکان تشخیص اشتباه وجود دارد. این واقعیت نظر طرفداران دیدگاه دیگر را تقویت می‌کند.

گروه دیگر از اندیشمندان، اعتقاد دارند که در جهان واقعی هیچ پدیده تصادفی وجود ندارد بلکه مجموعه‌ای از علت‌ها در کنار هم وقوع یک حادثه را رقم می‌زنند و عدم شناخت این علت‌ها و نحوه اثرگذاری آنها است که تغییرات پدیده را تصادفی جلوه می‌دهد. بنابراین، هر متغیر مانند  $X_t$  در زمان وقوع خود بیان‌کننده اثر تمامی متغیرهای اثرگذار بر خود است. در نتیجه روند آن از نظر تئوریک کاملاً تعیین‌پذیر است و تصادفی نیست. نظر این گروه و واقعیت عنوان شده در پاراگراف قبل، مشوق دانشمندان در پاسخگویی به این سؤال شده است: آیا آزمونی وجود دارد که بتوان با آن به تشخیص این روندها پرداخت؟ تلاش برای پاسخگویی به این پرسش به خلق آزمون‌هایی انجامیده است که در هنگام آزمون می‌توانند وجود روندهای غیرتصادفی را تأیید نمایند. اما کماکان، پدیده‌هایی هستند که تحت این آزمون‌ها نیز تصادفی تعیین شده‌اند. لذا هنوز ادعای گروه دوم به اثبات نرسیده است (و ظاهراً هیچ‌گاه به اثبات هم نخواهد رسید).

---

#### 1- Deterministic

در علم ریاضیات به این روندهای غیرخطی تصادفی نما<sup>(۱)</sup>، «آشوب»<sup>(۲)</sup> اطلاق می‌شود و روند منتج از آنها آشوبی است. به‌طور خلاصه، یک آشوب سیستمی (۱) غیرخطی است؛ (۲) پویاست؛ (۳) در کمال سادگی به خلق روندهای پیچیده می‌انجامد و (۴) نسبت به وجود انحراف از شرایط اولیه، بسیار حساس است. به این ترتیب است که تصادفی به نظر می‌رسد. تشخیص این سیستم از دو جهت جالب توجه است: (۱) اگر اثبات شود که یک سیستم آشوبی است راه برای تشخیص نوع سیستم آشوبی و مکانیزمی که این سیستم را تولید می‌کند هموارتر می‌شود و می‌توان برای توضیح این پدیده مدل‌های مناسب طراحی کرد که در هنگام حل، جوابی آشوبی ایجاد کند. (۲) با کشف یک سیستم آشوبی و محتوای آن می‌توان امیدهای از دست رفته پیش‌بینی‌پذیری متغیرها را دوباره زنده کرد. مطالعه این سیستم در اقتصاد از هر دو حیث حائز اهمیت است. لذا نزدیک به سه دهه است که مطالعات در این زمینه راه خود را در اقتصاد نیز باز نموده‌است. مطالعات در سه گروه متمرکز شده‌اند: (۱) آنهایی که تشخیص روند آشوبی از روند تصادفی را در مورد متغیرهای اقتصادی هدف خود قرار داده‌اند؛ (۲) آنهایی که بر تشکیل مدل‌هایی نظری که بتواند در حالاتی خاص رفتاری آشوبی خلق نموده و در عین حال از اصول اقتصادی تبعیت نماید، تمرکز کرده‌اند و (۳) آنهایی که به دنبال کشف مکانیزم تولید داده‌های آشوبی در جهان واقعیت و به‌طور ساده، فرمول اصلی تولیدکننده داده‌ها، بوده‌اند. متأسفانه، علی‌رغم پیشرفت‌هایی که در دو زمینه اول رخ داده، در زمینه سوم دستاورد قابل توجهی ایجاد نشده‌است.

از آنجایی که ورود به حوزه فعالیت گروه‌های دوم و سوم عبور از مرحله تشخیص روندهای آشوبی از روندهای تصادفی را می‌طلبد، این تحقیق بر این هدف متمرکز شده‌است.

۱- به این دلیل به آنها تصادفی نما اطلاق می‌شود که اکثر آزمون‌های استاندارد آنها را تصادفی تشخیص می‌دهند.

## ۲- مفاهیم آشوب

به طور ساده، آشوب یک دستگاه پویا است. امروزه بررسی دستگاه‌های پویا شاخه‌ای وسیع از علم ریاضیات را تشکیل می‌دهد. این شاخه می‌کوشد تا فرایندهای پویا را شناسایی و تجزیه و تحلیل کند. برای مثال، حرکت ستارگان و کهکشان‌ها، افت و خیز درجه حرارت هوا، بالا و پایین رفتن قیمت‌ها در بازار، دگرگونی‌های جوی سراسر دنیا از جمله دستگاه‌های پویا هستند که با گذشت زمان تغییر می‌کنند. واضح است که بعضی از دستگاه‌های دینامیکی، قابل پیش‌بینی هستند. برای مثال، همه می‌دانیم که فردا خورشید به طور حتم طلوع خواهد کرد. از سوی دیگر، حدس زدن وضعیت آب و هوا در ماه آینده غیرممکن می‌نماید و این به دلیل ماهیت آشوبی آن است، نه تصادفی بودن آن.

ساده‌ترین راه برای درک نظریه آشوب توجه به مثال‌هاست:

«ذره‌ای را در نظر بگیرید که در ناحیه‌ای از فضا، بنا بر قانونی معین حرکت می‌کند. اگر مسیر پیمودن این ذره را دنبال کنیم ممکن است سه نوع رفتار مختلف را مشاهده کنیم. (۱) ممکن است، ذره در نهایت در موضع خاصی به حالت سکون درآید. (۲) ممکن است، ذره در نهایت یک حرکت تناوبی بین دو یا چند نقطه پیدا کند. (۳) آخرین احتمال این است که ذره به حرکت نامنظم و پیش‌بینی‌ناپذیر خود ادامه دهد. اما کماکان در ناحیه‌ای محدود از فضا، باقی بماند. در این حالت، بی‌دقتی کوچکی در اندازه‌گیری موضع درست فعلی ذره به خطاهای بزرگی در پیشگویی مسیر بعدی آن منجر می‌شود. این پدیده نشانه‌ای از حرکت آشوبی است.»

توصیف هندسی وضعیت نهایی و رفتار غایی ذره مثال بالا را در اصطلاح «جاذب»<sup>(۱)</sup> می‌نامند. در حالت اول، جاذب یک نقطه است در حالت دوم جاذب می‌تواند یک دایره، یک مربع، یک بیضی یا یک مدار پیچیده غیرمنظم باشد. اما از آنجا که ناحیه‌ای از فضا که در حالت سوم طی می‌شود از پیچیدگی بسیار بالایی برخوردار

1- Attractor

است به آن عنوان «جاذب عجیب»<sup>(۱)</sup> اطلاق می‌شود. وقتی ذره‌ای به یک جاذب عجیب جذب می‌شود، دیگر راه فراری ندارد و گرچه حرکت ذره در درون جاذب با قانون‌های دقیقی مشخص می‌شود، ولی ذره طوری رفتار می‌کند که گویی حرکت تصادفی دارد. ممکن است، تصور شود که برای ایجاد چنین حرکت‌های پیچیده‌ای، معادلات بسیار پیچیده مورد نیاز است. اما برعکس، بینش جدیدی که در سال‌های اخیر به دست آمده این است که حرکت آشوبی اغلب از قانون‌های ساده پیروی می‌کنند.

همان‌طور که عنوان شد آشوب‌ها از دستگاه‌های پویا ناشی می‌شوند. یک دستگاه یا تابع پویا در واقع از تکرار یک تابع ایستا به دست می‌آید. برای مثال:

$$Y = \sqrt{x}$$

را در نظر بگیرید. اگر از یک عدد دلخواه برای  $x$  شروع کنیم و جواب  $Y$  را به عنوان یک  $x$  جدید قلمداد کرده و آن را دوباره وارد تابع کنیم و این کار را به‌طور مداوم تکرار نماییم یک دستگاه پویا ساخته‌ایم. در واقع، رابطه هم‌ارزی زیر را می‌توان تشکیل داد:

$$Y = \sqrt{x} \quad \rightarrow \quad \boxed{Y=x} \equiv x_{n+1} = \sqrt{x_n}$$

که  $n$  نشان‌دهنده دفعات تکرار است. از تکرار یک تابع می‌توان به یک سری از اعداد رسید که در اصطلاح ریاضی به آنها مدار گفته می‌شود. بنابراین «مدار» هم‌ارز یک سری از اعداد است که از تکرار یک تابع به‌صورتی که ذکر شد، استخراج شده باشد. بسته به اینکه نقطه آغازین چه عددی باشد، این مدارها متفاوتند. بعضی مواقع با تکرار بیشتر و بیشتر یک تابع، دنباله اعداد به سمت یک عدد خاص همگرا می‌شود که به آن نقطه ثابت گفته می‌شود. برای مثال، تابع مثال بالا سرانجام به سمت عدد یک همگرا می‌شود و تابع:

$$Y = \cos(x)$$

سرانجام به عدد  $0.739085$  خواهد رسید. نقطه ثابت، تحت تکرار تغییر نمی‌کند.

بنابراین، می‌توان آن را این‌گونه به‌دست آورد:

$$F(x) = x$$

برخی مدارها تناوبی هستند به طوری که  $FN(x) = x$  در اینجا  $N$  تعداد تکرار را نشان می‌دهد. یعنی با شروع از یک نقطه آغازین و پس از هر  $N$  تکرار، به همان نقطه آغازین باز خواهیم‌گشت. برای مثال:

$$F(x) = \frac{1}{x}$$

دارای دوره تناوبی ۲ است. اگر دوره تناوب به سمت بی‌نهایت برود،  $(N \rightarrow \infty)$  آنگاه سیستم آشوبی پدید می‌آید. و این حالت وقتی امکان‌پذیر است که سیستم و یا معادله اصلی غیرخطی باشد و نیازی نیست که حتماً از پیچیدگی خاصی برخوردار باشد.

اگر برای تابعی بتوان یک دوره تناوب بسیار بزرگ پیدا کرد، آنگاه مشاهده می‌شود که اعدادی که سری تناوبی را می‌سازند از روند به ظاهر تصادفی تبعیت می‌کنند. حتی آزمون‌های آماری اولیه نیز در مواجهه با این سری از اعداد به غلط آنها را تصادفی تشخیص می‌دهند که این یکی دیگر از ویژگی‌های سیستم‌های آشوبی است. اصولاً اگر یک سیستم پویا به‌طور کامل تعریف شده باشد، آنگاه، با تشخیص درست شرایط اولیه متغیر می‌توان آن را برای دوره‌های طولانی، به‌درستی، پیش‌بینی کرد و اعدادی به‌دست آورد که در وهله نخست، هر پژوهشگر دیگر را با تشخیص اشتباه (تصادفی بودن پدیده) رو به رو می‌سازد. اما، اگر شرایط اولیه با انحرافی جزئی از واقعیت شناسایی شوند (حتی در حد ناچیز  $\pm 0.00009$ ) پیش‌بینی‌های صورت گرفته، با وجود اینکه سیستم پویا به‌طور کامل تعریف شده است، به‌سرعت از واقعیت منحرف خواهد شد. به طوری که، علاوه بر مقدار تغییر، پیش‌بینی جهت آن نیز غیرممکن می‌شود. (۱)

۱- برای مطالعه بیشتر در این زمینه می‌توانید پژوهش انجام شده در همین زمینه در پژوهشکده امور اقتصادی مراجعه نمایید.

### ۳- مروری بر ادبیات آشوب

ریشهٔ علاقهٔ اقتصاددانان به پویایی‌های پیچیده را می‌توان در ادبیات وسیع ۷۰-۸۰ سال گذشته، پیرامون دوره‌های تجاری مشاهده کرد که تعداد زیادی از مدل‌ها به منظور ایجاد رفتارهای نوسانی یا ارتعاشی در اقتصاد را ارائه کردند. اما، اکثر این مدل‌ها مبهم و منطقی آنها بسیار سخت بود. تمام این مسایل در دههٔ ۱۹۳۰ با کار فریش<sup>(۱)</sup> (۱۹۳۳)، لوندبرگ<sup>(۲)</sup> (۱۹۳۷) و ساموئلسون<sup>(۳)</sup> (۱۹۳۹) که از معادلات تفاضلی یا دیفرانسیل برای تولید سری‌های زمانی تعیین‌پذیر استفاده کردند، به پایان رسید. این مدل‌ها فقط می‌توانستند این موضوع را نشان دهند که بعضی مواقع پیدایش مسیرهای نوسانی، امکان‌پذیر است.

با وجود این، ۳۵ سال طول کشید تا برای اولین بار (به احتمال زیاد) توسط می<sup>(۴)</sup> و بدینگتون<sup>(۵)</sup> در سال ۱۹۷۵ امکان‌پذیر بودن رفتارهای چرخه‌ای و آشوبی در اقتصاد، مطرح شود. توجه به این احتمال زمانی شدت گرفت که مشاهده شد:

(۱) مدل‌های سری زمانی را به خوبی می‌توان بر داده‌های اقتصادی منطبق ساخت. ولی،

(۲) عملکرد این مدل‌ها در زمینهٔ پیش‌بینی بدتر از حد انتظاری است که از مدل برآزش شده توقع بود.

این نقصان به دو دلیل در تحلیل سری‌های زمانی اقتصاد وقوع می‌یابد. نخست، مدل‌های استاندارد در تعیین نقطهٔ بازگشت سری‌های زمانی نوسانی و دوره‌ای، ضعیف عمل می‌کند. دوم، پیش‌بینی‌کنندگان اغلب با تغییر وضعیت مواجه می‌شوند که رابطهٔ به‌دست آمده گذشته را از اعتبار می‌اندازد. این گونه مشکلات، برای محققانی که در علوم غیرخطی (نظیر فیزیک) تحقیق می‌کنند، بسیار آشناست. بنابراین

1- Frisch  
3- Samuelson  
5- Beddington

2- Lundberg  
4- May

اقتصاددانان شروع به آزمون ویژگی‌هایی غیرخطی و به خصوص آشوبی سری‌های زمانی، کردند.

اقتصاددانان در این راه با مشکلاتی برخورد کردند. از یک طرف، اکثر مجموعه‌های آماری موجود و در اختیار اقتصاددانان، کوچک بود و در استفاده از تکنیک‌های آماری برای تشخیص ارتباط و همبستگی غیرخطی سری زمانی، محدودیت ایجاد می‌کرد. از طرف دیگر، مباحث نظری دقیقی وجود داشت که اثبات می‌کرد بسیاری از سری‌های زمانی اقتصادی باید یک جزء تصادفی مهم داشته باشد و قطعاً به طور کامل تعیین‌پذیر نیست.<sup>(۱)</sup> لذا اعتقاد به اینکه این سری‌ها باید از نظر آشوبی بودن آزمون شوند در تضاد با این باورها قرار می‌گرفت. بالاخره، اکثر آزمون‌هایی که وجود داشتند برای کاربرد در یک محیط کنترل شده، که در آن داده‌ها با حداقل عوامل تصادفی اثرگذار مواجه‌اند، مناسب بودند. متأسفانه، داده‌های اقتصادی دنیای واقعی را نمی‌شود از این نظر کنترل کرد. لذا، به آزمون‌های دیگری نیاز بود.

به هر حال، تلاش‌ها و تحقیقات اقتصاددانان به طور جدی از اوایل دهه ۱۹۸۰ آغاز شد. نتایج این تلاش‌ها مجموعه‌ای از مطالعات را تشکیل داده است. برای اینکه بتوانیم تقسیم‌بندی خاصی برای بیان این ادبیات ارائه کنیم، آنها را به سه دسته کلی تقسیم کرده‌ایم:

۱) مطالعات پیرامون آزمون وجود روندهای غیرخطی و آشوبی در متغیرهای اقتصادی با استفاده از روش‌های موجود؛

۲) مطالعات پیرامون ایجاد روش‌های جدید آزمون این روندها؛

۳) مطالعات پیرامون ایجاد الگوهای اقتصادی که در دامنه‌هایی از پارامترها رفتاری غیرخطی و آشوبی از خود نشان می‌دهند.

دسته اول و سوم از این تقسیمات در این بخش همراه هم مرور خواهند شد، در بخش بعد، ضمن معرفی روش‌های آزمون روندهای غیرخطی و آشوبی دسته دوم نیز

۱- برای مثال، نظریه بازارهای کارآمد و نظریه انتظارات عقلایی، تغییرات تصادفی را حتمی می‌دانند.

مرور می‌شوند. در این بخش ضمن ورود به مباحث اشاره شده یک تقسیم‌بندی دیگر نیز اعمال می‌شود:

- ۱) آن دسته از مطالعات که بر متغیرهای اقتصاد کلان متمرکز هستند.
- ۲) آن دسته از مطالعات که بر متغیرهای اقتصاد خرد متمرکز هستند.
- ۳) آن دسته از مطالعات که بر متغیرهای مالی متمرکز هستند.

### ۱-۳- اقتصاد کلان و ادبیات آشوب

شک برانگیزترین سری‌های زمانی اقتصادی در زمینه روندهای پویای غیرخطی، داده‌های اقتصاد کلان است. اشتوتزر<sup>(۱)</sup> در سال ۱۹۸۰ یک مدل رشد اقتصاد کلان<sup>(۲)</sup> با پویایی‌های آشوبی را معرفی کرد.<sup>(۳)</sup> در همان سال دای<sup>(۴)</sup> و بن حبیب<sup>(۵)</sup> نیز یک مدل OGM<sup>(۶)</sup> را ارائه کردند که چنین رفتاری از آن قابل مشاهده بود. در سال ۱۹۸۱ مجدداً دای و بن حبیب برای اولین بار در زمینه اقتصاد خرد از معادلات دیفرانسیل استفاده کردند. دای و «دانا»<sup>(۷)</sup> و مالگرا<sup>(۸)</sup> در سال ۱۹۸۳ مدل‌های ادواری رشد را توضیح دادند و بروز آشوب از دیدگاه نظری را بررسی کردند. دای و شافر<sup>(۹)</sup> نیز در مطلبی تحت‌عنوان «آشوب کنیزی» بروز این آشوب‌ها را در مدل‌های LM-IS و پس‌انداز - سرمایه‌گذاری نشان دادند. در همان سال با مول و ولف<sup>(۱۰)</sup> رفتار آشوبی در رشد بهره‌وری را مدل‌بندی کردند. متعاقب کار سال ۱۹۷۹ با مول و نیشی مورا<sup>(۱۱)</sup> که مدل تعادلی رشد با عمر بی‌نهایت کارگزاران اقتصادی را الگوبندی و شرایط تعادلی را

#### 1- Stutzer

۲- این مدل رشد دراصل متعلق به هاوالمو (Haavelmo) است.

۳- البته قبل از آن در سال ۱۹۷۹ بن حبیب و نیسی مورا نشان داده‌بودند که چنین مدل‌هایی را به سادگی می‌توان ایجاد کرد و در کار خود رفتار نوسانی و چرخه‌ای متغیرهای اقتصادی (رشد تولید) را توضیح دادند.

#### 4- Day

#### 5- Benhabib

#### 6- Overlapping Generation Models

#### 7- Dana

#### 8- Malgrade

#### 9- Shafer

#### 10- Wolf

#### 11- Nishimura

استخراج کرده بودند، دچرت<sup>(۱)</sup> و پلیکان<sup>(۲)</sup> در سال ۱۹۸۴ و بالدترین<sup>(۳)</sup> و مونترراچیو<sup>(۴)</sup> در سال ۱۹۸۵ نشان دادند که در چنین مدل‌هایی رفتار آشوبی را می‌توان مشاهده کرد. از آنجایی که اکثر ادبیات موجود برای توضیح دوره‌های اقتصادی از مدل‌های دور زندگی استفاده کرده‌اند، تعدادی از مطالعات مثل بن حبیب و نیشی مورا (۱۹۸۵) بیان کردند که؛ در چنین مدل‌هایی می‌توان، به سادگی چرخه‌های آشوبی ایجاد کرد. گراندمونت<sup>(۵)</sup> در سال ۱۹۸۵ نیز یک مدل رشد با نسل‌های متداخل طراحی کرد که روندهای غیرمنظم را ایجاد می‌کرد.

در زمینه کارهای تجربی نیز فعالیت‌های بسیاری صورت گرفته که نمونه آن را می‌توان این‌گونه فهرست کرد. سایرز<sup>(۶)</sup> در سال ۱۹۸۶ وجود این روندها را در بازار کار آمریکا اثبات کرد. در همان سال، شینک‌من<sup>(۷)</sup> و لبارون<sup>(۸)</sup> در بازار سهام آمریکا و براک<sup>(۹)</sup> و دچرت این کار را برای برخی از سری‌های زمانی کلان آمریکا انجام دادند. با اینکه مشاهدات آنها برای اثبات وجود آشوب ضعیف بود، نشان دادند که در برخی حالات بررسی‌های اقتصادسنجی و برازش مدل‌های خطی با جزء اخلال تصادفی برای توضیح یک پدیده نامناسب است و سیستم‌های غیرخطی بسیار مناسب‌تر هستند. در سال ۱۹۸۸، براک و سایرز مجدداً نتوانستند شواهدی از وجود آشوب در داده‌های آمریکا به دست آورند. فرانک و استنگوس نیز با آزمونی متفاوت نتوانستند وجود این آشوب‌ها را در داده‌های کالن کانادا آشکار سازند. اما برای داده‌های بازار کار مشاهدات آنان اندکی راضی‌کننده بود. چن<sup>(۱۰)</sup> و بارنت<sup>(۱۱)</sup> نیز در یک مدل پولی نشان دادند که متغیرهای پولی رفتاری آشوبی دارند و دارای یک جاذب قوی می‌باشند. در دهه ۱۹۹۰ نیز این مطالعات ادامه یافت. در این دهه مطالعات از دقت و عمق

- |               |               |
|---------------|---------------|
| 1- Dechert    | 2- Plikan     |
| 3- Boldrin    | 4- Montraccio |
| 5- Grandmont  | 6- Sayers     |
| 7- Seheinkman | 8- Le Baron   |
| 9- Brock      | 10- Chen      |
| 11- Barnett   |               |

بیشتری برخوردار بود. گودوین<sup>(۱)</sup>، که قبل از این در سال ۱۹۵۹ توضیح داده بود که با وارد کردن ضریب شتاب غیرخطی به الگوی سرمایه‌گذاری می‌شود ادوار تجاری را توجیه کرد، در سال ۱۹۹۰ رفتار آشوبی این ادوار را نیز مدل‌بندی کرد. در سال ۱۹۹۳ گرنجر<sup>(۲)</sup> و دیگران و جادیتز<sup>(۳)</sup> و سایرین، از یک مدل پیش‌بینی غیرخطی برای کشف رفتار غیرخطی در متغیرهای اقتصاد کلان بهره بردند. کار لارسن<sup>(۴)</sup>، مورکرافت<sup>(۵)</sup> تامسن<sup>(۶)</sup> و موسکید<sup>(۷)</sup> نیز نشان داد که هرگاه سه بخش از اقتصاد که هر یک دارای یک سیستم پویای نوسانی منظم هستند با یکدیگر تداخل کنند، می‌توانند در یک متغیر کلی، نظیر تولید ناخالص ملی، رفتاری آشوبی ایجاد کنند. به این ترتیب می‌توان حرکات ادواری تجاری را توجیه کرد. نیشی مورا و نایو<sup>(۸)</sup> در سال ۱۹۹۵ وجود پویایی‌های غیرخطی و آشوب را در متغیر انباشت سرمایه بهینه در مدل‌های رشد بهینه بررسی کردند. ایشان این کار را با استفاده از یک تابع تولید لئونتیف انجام دادند. در همان سال، سرلتیس<sup>(۹)</sup> وجود این ساختارها را در تحولات سرعت گردش پول مطالعه کرد. این اواخر چن در سال ۱۹۹۹ یک بار دیگر نظریه فریش را، که پایه و اساس نظریه‌های تعادل عمومی قبل از ورود نظریه آشوب در اقتصاد بود، از طریق نظری و مدل‌بندی دیفرانسیلی ساده آشوبی رد کرد. مشیری<sup>(۱۰)</sup>، کوهزادی<sup>(۱۱)</sup> و کامرون<sup>(۱۲)</sup> نیز این رفتارها را در نظریه درآمد دائمی انتظارات عقلایی آزمون کردند و نشان دادند پسماندهایی که به موجب نظریه درآمد دائمی انتظارات عقلایی به دست می‌آیند، تصادفی نیستند بلکه، از یک رابطه غیرخطی تبعیت می‌کنند که می‌تواند آشوبی باشد. آنها از این طریق نظریه انتظارات عقلایی را به مبارزه طلبیدند.

البته مطالعات تجربی در زمینه آزمون روند آشوبی زیاد رضایت‌بخش نیست.

1- Goodwin

3- Jaditz

5- Morcraft

7- Mosekide

9- Serletis

11- Kohzadi

2- Granger

4- Larsen

6- Thomsen

8- Nayo

10- Moshiri

12- Cameron

در اکثر موارد جواب یکسان بود «به احتمال زیاد هیچ آشوب قابل شناسایی و فرمول‌بندی وجود ندارد». اما در اکثر مطالعات شواهدی دال بر وجود ساختارهای غیرخطی وجود داشت که می‌توانند آشوبی نیز باشند. عمده این آزمون‌ها از الگوریتم تخمین بعد همبستگی گراسبرگر<sup>(۱)</sup> و پروکاجیا<sup>(۲)</sup> که در سال ۱۹۸۲ تبیین شده بود یا آزمون‌های مبتنی بر توان لیاپانوف استفاده کردند. ناتوانی این آزمون‌ها به خلق آزمون جدیدی توسط براک، دچرت و شینکمن در سال ۱۹۸۸ منجر شد که به آزمون BDS<sup>(۳)</sup> معروف است. اما این آزمون هم به دلیل کم بودن تعداد مشاهدات اقتصاد کلان و نوسانات کم آنها در بررسی متغیرهای کلان و آزمون آنها توانایی خوبی از خود بر جای نگذارد. روش‌های آزمون Bootstrapping و مبتنی بر شبکه‌های عصبی نیز این اواخر کاربردهایی پیدا کرده‌اند و نتایج نسبتاً خوبی نیز بر جای گذارده‌اند. نمونه آن کار مشیری و دیگران (۱۹۹۹) است که از روش شبکه‌های عصبی مصنوعی استفاده کرده‌است. با تمام این ناتوانی‌ها در زمینه تجربی، موفقیت‌های اندک به دست آمده به همراه موفقیت‌های نظری، پتانسیل وسیعی را برای مطالعات آینده فراهم کرده‌است. ضمن اینکه احتمال فروپاشی نظریه‌هایی که بر رفتار تصادفی صرف جزء اخلاص و خطی بودن روندهای تعیین‌پذیر (که جایگاه رفیعی را در مطالعات اقتصادی کلان به خود اختصاص داده‌اند) و اهمیتی که جستجوی این روندها از حیث سیاست‌گذاری و پیش‌بینی آینده متغیرها دارد، تمایل روزافزون محققان به دنبال کردن مسیر ایجاد شده و خلق کشفیات جدید را در پی داشته‌است.

## ۲-۳. اقتصاد خرد و ادبیات آشوب

بر خلاف کارهای نظری و تجربی متعدد و متنوعی که در اقتصاد کلان انجام شده کارهای کمتری بر روی متغیرهای اقتصاد خرد انجام گرفته‌است. حجم

1- Grassberger

2- Procaccia

3- Brock, Dechert & Scheinkman

گسترده‌ای از این اقدامات نیز در زمینه بازار کالاها بوده‌است. اما در کمال تعجب نتایج به دست آمده از آزمون‌های صورت گرفته بر متغیرهای اقتصاد خرد (عمدتاً قیمت‌های بارزی کالاهای منتخب) راضی‌کننده‌تر از نتایج اشاره شده در رابطه با متغیرهای کلان بوده‌است. دلیل آن را هم می‌توان در دو مقوله خلاصه کرد: (۱) میزان داده‌ای بایگانی شده در رابطه با قیمت کالاها به خصوص کالاهای با نوسانی مثل طلا، نقره، محصولات کشاورزی و نفت بسیار بیشتر از اطلاعات و داده‌های متغیرهای کلان است؛ (۲) همان‌طور که با مول و بن حبیب در سال ۱۹۸۹ نیز اشاره کردند، متغیرهای کلی شده‌ای نظیر قیمت‌های کالاها و یا سطوح تولید بهینه که به حد وسیعی با محدودیت منابع رو در رو هستند نسبت به متغیرهای کلی شده‌ای نظیر محصول ناخالص داخلی، نامزدهای بهتری برای همراه بودن با ساختارهای آشوبی هستند.

از بعد نظری در بین اولین کارها می‌توان به کار بن حبیب و دای در سال ۱۹۸۱ اشاره کرد که به بررسی انتخاب مصرف‌کننده پرداختند. در مدل آنها مصرف واقعی این دوره، بر سلیقه و تصمیم مصرف دوره بعد اثر می‌گذارد (از طریق ورود به تابع مطلوبیت) که از این طریق به نتایج بسیار جالبی رسیدند. البته، قبل از ایشان راند<sup>(۱)</sup> در سال ۱۹۷۸ بروز حالت آشوبی در یک مدل انحصار دو تایی را بررسی کرده‌بود. در سال ۱۹۸۲ جنسن<sup>(۲)</sup> و اوربان<sup>(۳)</sup> با پی‌ریزی یک مدل بازار تار عنکبوتی غیرخطی این‌گونه آشوب‌ها را خلق کردند. در همان سال یک بار دیگر دای این بار در یک الگوی بنگاه با محدودیت دریافت وام به پاسخی غیرخطی دست یافت که آشوب را در میزان تولید بهینه بنگاه (در دامنه‌ای از پارامترها) عملی می‌سازد. بامول و کوانت<sup>(۴)</sup> در سال ۱۹۸۵ به مدلی که در آن اثرگذاری مخارج تبلیغات بر سود به صورت تابعی غیرخطی درمی‌آمد و رفتار آشوبی را موجب می‌گشت، اشاره کردند. در سال ۱۹۸۶ گارتنر<sup>(۵)</sup> یک مدل مشابه با مدل بن حبیب و دای را با این فرض که سلیقه یک فرد تحت تأثیر

1- Rand

2- Jensen

3- Urban

4- Quant

5- Geartner

مصرف دوره قبل افراد دیگر جامعه نیز قرار می‌گیرد، ایجاد کرد. در سال ۱۹۸۹، مک‌کی<sup>(۱)</sup> یک مدل برای بازار کالاها طراحی کرد و کی‌نان<sup>(۲)</sup> و اُبراین<sup>(۳)</sup> در سال ۱۹۹۳ نیز وجود آشوب را در یک بازی (رقابت - تبانی) در یک بازار انحصار چندجانبه به بحث گذارد و نشان داد که تداخل و هم‌زمانی دایمی رفتارهای مشارکتی و رقابتی، به پویایی‌های پیچیده می‌انجامد.

در زمینه مطالعات تجربی نیز در سال ۱۹۸۸ لیشتن‌برگ<sup>(۴)</sup> و یوجی‌هارا<sup>(۵)</sup> یک مدل تار عنکبوتی غیرخطی را در بازار نفت خام آمریکا به کار بردند. فرانک و استنگوس در سال ۱۹۸۹ بُعد همبستگی و آنتروپی کلموگروف<sup>(۶)</sup> را برای بازارهای نقدی طلا و نقره به کار گرفتند و وجود آشوب را تأیید کردند. دو سال بعد بلانک<sup>(۷)</sup> این آزمون را از طریق محاسبه توان لیاپانوف برای بازار آتی سویا به کار برد. دی کاستر<sup>(۸)</sup> در سال ۱۹۹۲ از روش بعد همبستگی برای نشان دادن آشوب در بازار روزانه شکر بهره بود. در سال ۱۹۹۳ یانگ<sup>(۹)</sup> و برورسن<sup>(۱۰)</sup> نیز از آزمون BDS در چند بازار خریدهای آتی بهره جستند و در غالب آنها این فرایند را شناسایی کردند. چوی<sup>(۱۱)</sup> در سال ۱۹۹۸ با استفاده از آمارهای روزانه قراردادهای آتی گاز طبیعی، بازار گاز طبیعی را آزمون کرد، اما موفق نشد. نینی<sup>(۱۲)</sup> و پاناس<sup>(۱۳)</sup> نیز با استفاده از قیمت روزانه محصولات نفتی در بازار جهانی و از طریق آزمون BDC توانستند وجود این روند را تأیید کنند. اما آدرانجی<sup>(۱۴)</sup>، چاتراث<sup>(۱۵)</sup>، کتی<sup>(۱۶)</sup> و رفیعی<sup>(۱۷)</sup> با همان آزمون بازارهای آینده نفت را برای قیمت نفت آمریکا تحلیل کردند که موفق به کشف

1- Mackey

2- Keenan

3- O'Brien

4- Lichtenberg

5- Ujihara

6- Kolomogrov

7- Blank

8- De Coster

9- Yang

10- Brorsen

11- Chwee

12- Ninni

13- Panas

14- Adrangi

15- Chatrath

16- Kathy

17- Rafiee

آشوب نشدند. با این حال، آزمون‌های تجربی با وجود تمرکزی که بر بازارهای کالاها و قیمت آنها دارند، تجربه‌ای موفق را نمایش می‌دهد و اهمیت این‌گونه مطالعات را بیشتر نمایان می‌سازد. این مطالعات توانسته‌است اطلاعات بیشتری دربارهٔ سری‌های زمانی اقتصادی به ما بدهد و ما را از گمراهی ناشی از تصور غلط تصادفی بودن اختلال‌ها، دور سازد.

### ۳-۳- اقتصاد مالی و آشوب در ادبیات اقتصاد

آشوب و کاربرد آن برای پیش‌بینی، یک موضوع بسیار رایج در بازارهای مالی است. بازارهای مالی به‌طور بالقوه سری‌های طولانی‌تر و شفاف‌تری را که از آن می‌توان در انجام تخمین‌ها و آزمون‌های درون نمونه‌ای استفاده کرد، فراهم می‌سازند. زی‌من<sup>(۱)</sup> در سال ۱۹۷۴ وجود رفتار بی‌ثبات در بازار سهام را توضیح داد. پس از آنکه ادبیات آشوب راه خود را به اقتصاد باز کرد و قبل از آنکه مدل‌های خاص بازار سهام طراحی شود، آزمون‌های وجود روند آشوبی در این بازارها سرعت گرفت. هینیش<sup>(۲)</sup> و پاترسن<sup>(۳)</sup> (۱۹۸۵)، شینک‌من و لبارون (۱۹۸۹) هسیه<sup>(۴)</sup> (۱۹۹۱)، میزراه<sup>(۵)</sup> و مای‌فیلد<sup>(۶)</sup> (۱۹۹۲)، دی‌گراو<sup>(۷)</sup> (۱۹۹۳)\* و لبارون (۱۹۹۴) از این دست می‌باشند.

لوکس<sup>(۸)</sup> از سال ۱۹۹۵ تا ۱۹۹۸ یک سری مقاله برای تبیین یک مدل که می‌تواند به نتایج آشوبی بیانجامد با استفاده از معادلات دیفرانسیل و وارد کردن فرض عدم تجانس فعالان بازار، تهیه کرد. البته قبل از آن چیارلا<sup>(۹)</sup> پویایی‌های این بازار را نشان داده‌بود. مولر<sup>(۱۰)</sup> و دیگران (۱۹۹۵) استراتژی‌های تجاری نامتجانس در بازار ارز را

1- Zeeman

2- Hinish

3- Patterson

4- Hesieh

5- Mizrah

6- Mayfield

7- De Graue

\*- البته دی‌گراو این آزمون را در بازار ارز انجام داد.

8- Lux

9- Chiarella

10- Muller

الگو‌بندی کرد. ستی<sup>(۱)</sup> (۱۹۹۷) تغییرات درون‌زای روند بازارهای سفته‌بازی را مدل کرد. براک و فومس (۱۹۹۷ و ۱۹۹۸) نشان دادند که آشوب در قیمت بازار زمانی امکان‌پذیر است که رفتارهای نامتجانس کارگزاران درون مدل قیمت‌گذاری دارایی‌ها وارد شود. کایزوجی<sup>(۲)</sup> (۱۹۹۸) یک مدل قیمت‌های سفته‌بازانه ارائه کرد که برای توضیح آن از معادلات تفاضلی بهره جست. اندرسن<sup>(۳)</sup> (۱۹۹۹) مدلی برای تشریح نوسانات بازارهای سهام جهانی ایجاد کرد که پیوسته و غیرخطی بود و با مدل‌سازی رفتارهای فردی و با در تقابل قرار دادن آنها، رفتارهای جمعی تغییرات بازار سهام را توضیح داد. جوشی<sup>(۴)</sup> و بدائو<sup>(۵)</sup> (۱۹۹۹) یک توضیح از تحولات بازارهای مالی ارائه کرد که انواع مختلف رفتارهای موجود در بازار را طبقه‌بندی کرده بود. این چهار طبقه براساس اندازه‌ی ثورت و نوع پیچیدگی استراتژی اتخاذی تعریف شدند و بروز آشوب با تحلیل این چهار طبقه از رفتار تحلیل می‌شود. آخرین کار تجربی لیستون<sup>(۶)</sup> و شینتانی<sup>(۷)</sup> (۲۰۰۰) است که با استفاده از شبکه‌های عصبی برای محاسبه توان لیاپانوف، وجود آشوب در قیمت‌های سهام را نمایان ساخته است. این مشاهده و اغلب شواهد گذشته قدرت بسیاری برای کشف خود همبستگی‌های غیرخطی در این سری‌های زمانی از خود نشان دادند، اما مدرک برای وجود پویایی‌های آشوبی آنچنان قابل توجه نیست. سلامی<sup>(۸)</sup> (۲۰۰۰) نیز وجود این روندها در بازار سهام تهران را آزمون کرد که توانست وجود همبستگی‌های غیرخطی را به اثبات برساند که احتمال وجود آشوب را بالا می‌برد.

#### ۴- روش‌های آزمون

همان‌طور که در بخش‌های گذشته بیان شد، مسئله تمایز بین پویایی‌های

- 1- Sethi
- 3- Anderson
- 5- Bedau
- 7- Shintani

- 2- Kaizoji
- 4- Joshi
- 6- Linton
- 8- Salami

تعیین‌پذیر و پویایی‌های اساساً تصادفی بسیار اهمیت دارد. آنچه در این بخش مرور خواهد شد، نشان می‌دهد که فرایند تفکیک و یا تشخیص فرایندی دقیق و مشکل است که برخی اوقات نیز به جواب مطلوب و مشخص نمی‌رسد. اما به هر حال، این روش‌ها هر روز در حال تکمیل و دقیق‌تر شدن هستند و مطالعات وسیعی در مورد آنها انجام می‌شود. رمزی (۱۹۶۹)، هینیش (۱۹۸۲)، افرن<sup>(۱)</sup> (۱۹۸۲)، ماراول<sup>(۲)</sup> (۱۹۸۳)، بن و میزراچی<sup>(۳)</sup> (۱۹۸۴)، تیکن<sup>(۴)</sup> (۱۹۸۵)، گراسبرگر و پروگاجیا (۱۹۸۵)، کی‌نان<sup>(۵)</sup> (۱۹۸۵)، براک و سایررز (۱۹۸۵)، براک (۱۹۸۶)، براک و دچرت (۱۹۸۶)، براک، دچرت و شینکمن (۱۹۸۶)، شینکمن و لبارون (۱۹۸۶)، اشلی<sup>(۶)</sup>، پاترسن<sup>(۷)</sup> و هینیش (۱۹۸۶)، لی<sup>(۸)</sup> (۱۹۸۶)، تی‌سای (۱۹۸۶)، فرانک و استنگوس (۱۹۸۸)، وایت<sup>(۹)</sup> (۱۹۸۹)، وایت، لی و گرانجر (۱۹۹۱)، ال‌نر<sup>(۱۰)</sup> و دیگران (۱۹۹۱)، چاواس<sup>(۱۱)</sup> و هولت<sup>(۱۲)</sup> (۱۹۹۱)، گیل‌مور<sup>(۱۳)</sup> (۱۹۹۲)، نیچکا<sup>(۱۴)</sup> و دیگران (۱۹۹۲)، پسران و پوتر<sup>(۱۵)</sup> (۱۹۹۲)، بارت، گالانت<sup>(۱۶)</sup> و هینیش (۱۹۹۳)، تیلر<sup>(۱۷)</sup> و اوبانک<sup>(۱۸)</sup> (۱۹۹۳)، جادیتز (۱۹۹۴)، بارتو دیگران (۱۹۹۵) و (۱۹۹۶) و (۱۹۹۷)، براک، دچرت، لبارون و شینکمن (۱۹۹۶)، چن و شن<sup>(۱۹)</sup> (۱۹۹۸)، وانگ<sup>(۲۰)</sup> و لیتتون (۱۹۹۹) و لیتتون و شینتانی<sup>(۲۱)</sup> (۲۰۰۰)، نمونه‌هایی از تلاش‌های انجام شده در این زمینه است. برخی از این نوشته‌ها غیرخطی بودن را هدف گرفته‌اند و برخی دیگر حرکت آشوبی را گروهی، به دنبال اجرای یک آزمون از پیش طراحی

- |                  |             |
|------------------|-------------|
| 1- Efron         | 2- Maravell |
| 3- Mizrahi & Ben | 4- Taken    |
| 5- Keenan        | 6- Ashley   |
| 7- pattersen     | 8- Lee      |
| 9- White         | 10- Ellner  |
| 11- Chavas       | 12- Holt    |
| 13- Gilmore      | 14- Nichka  |
| 15- Potter       | 16- Gallant |
| 17- Theiler      | 18- Eubank  |
| 19- Shen         | 20- Whang   |
| 21- Shintani     |             |

شده بودند و جمعی دیگر نیز به دنبال تکمیل و نمایان ساختن نقاط قوت و ضعف روش‌های قدیم بودند. در مواردی نیز ابداع نظریه‌ها و روش‌های جدید را نیز شاهد هستیم. برآیند فعالیت این اندیشمندان به‌طور خلاصه در ادامه این بخش آمده‌است.

در مورد اکثر آزمون‌هایی که در اینجا آورده شده‌است، لازم است تا در ابتدا ساختار خطی، از طریق یک فیلتر تخمین زده شده، از مدل خارج شود. معمولاً از مدل‌های  $AR(P)$  یا  $ARCH(1)$  برای این منظور استفاده می‌شود و پس از برازش آنها آزمون‌های مختلف بر روی پسماندها اعمال می‌شود. آزمون‌های متعددی بر برازش پسماندهای مدل خطی و تابعی مشخص از  $X_t$  استوار است. فرضیه  $H_0$  که در اینجا خطی بودن است، زمانی رد می‌شود که آن تابع به‌طور معنی‌داری با پسماندها همبستگی داشته باشد. وقتی که فرضیه صفر رد شد به این معنی است که مدل فرضیه بدیل از قدرت پیش‌بینی بیشتری نسبت به مدل خطی اولیه برخوردار است.

#### ۴-۱- آزمون کی‌نان، تی‌سای و بازچینی رمزی

$Y_t$  را سری مورد بررسی در نظر می‌گیریم  $[Y_{t-1}, \dots, Y_{t-p}]$  برای توضیح  $Y_t$  به کار می‌رود. در اجرای آزمون انتخاب  $P$  از اهمیت برخوردار است که در اینجا بدون وارد شدن به بحث نحوه تعیین  $P$ ، فرض می‌کنیم به‌طور مناسب تعیین شده‌است. نخستین قدم در این آزمون برازش  $Y_t$  به  $X_t$  است که یک بردار پارامتر  $\hat{\theta}$  و یک تابع پیش‌بینی  $f_t = X_t' \hat{\theta}$  ایجاد می‌کند. پسماندهای محاسبه شده نیز:

$$\hat{e}_t = Y_t - X_t' \hat{\theta}$$

است.

کی‌نان در سال ۱۹۸۵ یک آزمون را بر پایه همبستگی  $\hat{e}_t$  و  $f_t^2$  معرفی کرد. این آزمون به دنبال این بود که آیا ورود دوم پیش‌بینی قدرت پیش‌بینی اضافه‌ای به مدل می‌بخشد یا خیر. در سال ۱۹۸۶ تی‌سای آزمونی مشابه کی‌نان ارائه کرد. این آزمون، امکان قدرت پیش‌بینی مدل را با وارد کردن جمله  $\frac{P(P+1)}{2} Y_{t-j} Y_{t-k}$

(که  $j, k = 1, \dots, P$  و  $k \geq j$ ) بررسی کرد. مدل سال ۱۹۶۹ رمزی نیز در واقع یک حالت تعمیم یافته آزمونی کی نان است. (آزمون رمزی با نام RESET یا بازچینی معروف است).

در این آزمون از چند جمله‌ای‌هایی به شکل کلی زیر استفاده می‌شود:

$$Y_t = X_t' \theta + a f_t^2 + \dots + a_k f_t^k + v_t, \quad k \geq 2$$

فرضیه صفر عبارت است از:

$$H_0: a_2 = \dots = a_k = 0$$

اگر ما  $e = [e_1, \dots, e_n]'$  و  $\hat{v} = [\hat{v}_1, \dots, \hat{v}_n]'$  در نظر بگیریم، آماره آزمون عبارت است از:

$$RESET = \frac{\left[ \frac{e' \hat{e} - \hat{v}' \hat{v}}{(k-1)} \right]}{\frac{\hat{v}' \hat{v}}{n-k}}$$

که وقتی  $H_0$  درست است، دارای توزیع  $F$  با درجات آزادی  $k-1$  و  $n-k$  است.

یعنی:  $F[k-1, n-k]$

## ۲-۴- آزمون مک لئود<sup>(۱)</sup> ولی<sup>(۲)</sup>

از مباحث مربوط به فرایندهای خطی باثبات<sup>(۳)</sup> می‌دانیم که:

$$Corr [Y_t^2, Y_{t-k}^2] = [Corr [Y_t, Y_{t-k}]]^2$$

بنابراین انحراف از این برابری می‌تواند نشانه غیرخطی بودن مک لئود و لی در سال ۱۹۸۳ از توان دوم پسماندهای به دست آمده از یک مدل خطی و آزمون

1- McLeod  
3- Stationary

2- Li

باکس - لجونگ<sup>(۱)</sup> برای همبستگی سریالی، استفاده کردند. این تست وجود روندهای ARCH مانند را تأیید می‌کند.

### ۳-۴- آزمون دو طیفی<sup>(۲)</sup>

هینیش در سال ۱۹۸۲ پیرو کار سوبارائو<sup>(۳)</sup> و گابر<sup>(۴)</sup> در سال ۱۹۸۰ یک آزمون بر پایه طیف، ارائه کرد. اگر  $\{Y_t\}$  یک سری باثبات با میانگین صفر باشد، آن را می‌توان به صورت:

$$Y_t = \sum_{i=0}^{\infty} a_i \xi_{t-i}$$

که در آن  $\{\xi_t\}$  یک متغیر گشت تصادفی خالص است و  $\{a_i\}$  ها ثابت هستند،

نوشت. اگر خود کواریانس‌های درجه دوم و سوم را با عبارات زیر تعریف کنیم:

$$C[h] = E[Y_{t+h}, Y_t]$$

و

$$C[h,k] = E[Y_{t+h}, Y_{t+k}, Y_t]$$

و تبدیل فوریه مربوط به هر یک را بنویسیم، یعنی:

$$S(\omega) = \sum_{h \in [-\infty, +\infty]} C[h] e^{-\gamma \pi i \omega h}$$

و

$$B[\omega_1, \omega_2] = \sum_{h,k \in [-\infty, +\infty]} C[h,k] e^{-\gamma \pi i [\omega_1 h + \omega_2 k]}$$

می‌توان نشان داد که برای همه  $\omega_1$  و  $\omega_2$  ها:

$$\frac{|B[\omega_1, \omega_2]|^2}{S[\omega_1] S[\omega_2] S[\omega_1 + \omega_2]} = \frac{\mu_{\gamma}^2}{\sigma_{\xi}^2}$$

1- Ljung

2- Bispectral

3- Subbarao

4- Gabr

است که در آن  $\sigma_{\xi_i}^2 = E \xi_i^2$  و  $\mu_{\eta} = E \xi_i^2$  است. ریشه دوم این آماره ضریب چولگی  $\{Y_i\}$  است. این واقعیت که چولگی چنین سری زمانی ای مستقل از  $[\omega_1, \omega_2]$  است برای آزمون غیرخطی بودن به کار می‌رود. یعنی اگر در محاسبه چولگی مشاهده کردیم که  $\omega_i$ ها حذف نمی‌شوند، مدل غیرخطی بوده و ما آن را خطی برازش کرده‌ایم. البته حذف  $\omega_i$ ها و ثابت بودن ضریب چولگی به معنی نرمال بودن  $\epsilon$ ها نیست بلکه فقط شرط لازم برای نرمال بودن و خطی بودن  $\epsilon$ هاست و فقط نشان می‌دهد که همبستگی غیرخطی درجه سوم وجود دارد یا خیر.

آنچه در فوق آمد روش‌هایی برای تشخیص وجود همبستگی‌های غیرخطی بودند که الزاماً نشان‌دهنده وجود روندهای آشوبی نیستند. برای نشان دادن وجود این روندها آزمون‌های دیگری ابداع شده‌اند که در ذیل به آنها خواهیم پرداخت.

#### ۴-۴- آزمون کاپلان<sup>(۱)</sup>

اگرچه این آزمون برای بررسی وجود فرایندهای خطی تصادفی در مقابل غیرخطی بودن<sup>(۲)</sup> مورد استفاده است، منشاء آن در ادبیات آشوب آمده‌است. این آزمون بر پایه آزمون پیوستگی فضای فازی قرار دارد. کاپلان از این حقیقت که مسیرهای تعیین‌پذیر، برخلاف فرایندهای تصادفی، ویژگی زیر را از خود نشان می‌دهند، استفاده می‌کند:

«نقاطی که نزدیک یکدیگر هستند در فضای فازی هم نزدیک یکدیگر هستند.»

یعنی اگر  $X_t$  و  $Y_t$  نزدیک یکدیگر باشند و همچنین  $X_{t-i}$  و  $Y_{t-i}$  هم نزدیک باشند آنگاه  $X_{t+i}$  و  $Y_{t+i}$  هم نزدیک یکدیگر هستند. با استفاده از این واقعیت کاپلان یک آماره برای آزمون ارایه می‌دهد که دارای یک دامنه پایین برای فرایندهای تصادفی است. اگر ارزش آماره به دست آمده نسبت به ارزش جدولی به اندازه کافی بزرگ‌تر

1- Kaplan

۲- می‌دانید که غیرخطی بودن می‌تواند به دو شکل تصادفی و آشوبی باشد.

نباشد، خطی بودن رد می‌شود. (جدول توسط خود کاپلان تهیه شده‌است چون آماره وی از هیچ توزیع شناخته‌شده‌ای تبعیت نمی‌کند).

فراپایند آزمون این‌گونه است. اگر ما بردار  $X_T$  را  $X_T = [X_{T-\tau}, X_{T-2\tau}, \dots, X_{T-(m-1)\tau}]$  در نظر بگیریم که در یک فضای  $m$  بعدی محاط باشد آنگاه یک تابع بازگشتی به صورت  $X_{t+\tau} = f[X_t]$  با یک پارامتر وقفه وجود دارد که وقفه آن عددی صحیح و ثابت است. در اینجا  $X_{t+\tau}$  را تصویر نقطه  $X_t$  در فضای فازی می‌نامند. برای سیستم‌های کاملاً تعیین‌پذیر با یک تابع پیوسته  $f$  نقاط نزدیک در فضای فازی  $m$  بعدی نیز تصاویری نزدیک به یکدیگر خواهند داشت. اما برای یک دستگاه تصادفی نقاط نزدیک، در فضای فازی می‌تواند تصاویر بسیار متفاوتی داشته باشند.

آماره کاپلان با  $K = E(r)$  نشان داده می‌شود. برای یک بعد محاطی  $m$  داده شده، ابتدا  $\delta_{ij} = |X_i - X_j|$  و سپس  $\xi_{ij} = |X_{i+\tau} - X_{j+\tau}|$  برای تمام اندیس‌های زمانی  $[i, j]$  محاسبه می‌کنیم. میانگین  $\xi_{ij}$  هایی که  $\delta_{ij}$  آنها کوچکتر از  $r$  بودند را محاسبه می‌کنیم و آن را  $E(r)$  می‌نامیم، در واقع آزمون کاپلان می‌گوید:

$$\lim k \equiv \lim_{r \rightarrow \infty} E(r) \begin{cases} > \text{خطی بودن رد نمی‌شود} \Rightarrow \text{آماره جدول کاپلان}^{(1)} \\ < \text{خطی بودن رد می‌شود} \Rightarrow \text{آماره جدول کاپلان} \end{cases}$$

#### ۴-۵- بعد همبستگی

یک سری زمانی از مشاهدات  $X_t, t = 1, 2, \dots, T$  را در نظر بگیرید.

۱- لازم به ذکر است که کاپلان جدول خود را بر پایه  $N$  (معمولاً  $N=20$ ) جایگزین خطی که دارای هستوگرام‌های مشابه و توابع خودهمبستگی یکسانی با داده‌های مورد مشاهده هستند، می‌سازد. آماره درون جدول حداقل ارزشی که  $K$  باید داشته باشد (در حالت خطی بودن) را نشان می‌دهد. برای به دست آوردن آن باید میانگین  $K$  های به دست آمده از  $N$  جایگزین را انتخاب کنیم و یا اینکه ابتدا میانگین های  $K$  های  $N$  جایگزین را محاسب کرده و سپس ۲ برابر انحراف معیار به دست آمده را از آن کسر کنیم (روش دوم مبتدیان‌تر است) برای مطالعه بیشتر مراجعه شود به کاپلان (۱۹۹۴).

یک مجموعه از  $M$  واقعه اخیر پشت سر هم تشکیل می‌دهیم، مثل:  
 $X_i^m = [X_i, X_{i+1}, \dots, X_{i+m-1}]$  فرض کنید که سیستم واقعی (اما ناشناخته) که این مشاهدات را تولید کرده از بعد  $D$  باشد (یعنی جاذب آن  $D$  یعنی باشد). آنگاه اگر  $m \geq 2D + 1$  در نظر بگیریم این  $M$  واقعه پویایی‌هایی را خلق می‌کند که سیستم تحت بررسی خلق کرده‌است.

سپس انتگرال همبستگی را محاسبه می‌کنیم این معیار در واقع ارتباط و همبستگی فضایی نقاط با  $M$  واقعه را اندازه‌گیری می‌کند. اگر این انتگرال را با  $C^M(\xi)$  نمایش دهیم برای یک بعد محاطی  $m$  خواهیم داشت:

$$C^M(\xi) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T^2} \{ \text{تعداد زوج‌های } (i, j) \text{ که شرط } \|X_i^m - X_j^m\| \leq \xi \text{ را برآورده می‌کنند} \}$$

در اینجا  $\|\cdot\|$  نرم محاسبه شده بین دو بردار است. در عمل از آنجایی که  $T$  نمی‌تواند به سمت بی‌نهایت برود فروض و محدودیت‌هایی برای دامنه  $\xi$  و  $M$  در نظر گرفته می‌شود. برای مقادیر بسیار کوچک  $\xi$  داریم  $C^M(\xi) \sim \xi^D$  که در آن بعد سیستم است. پس تخمین بعد همبستگی به صورت:

$$D^M = \lim_{\xi \rightarrow 0} \left[ \ln C^M(\xi) / \ln \xi \right]$$

است. اگر ارزش مقادیر به دست آمده  $D^M$  در مقادیر بالای  $M$  در مقداری مشخص تثبیت بشود، آنگاه بعد مشاهدات به دست می‌آید (یعنی  $D$  اصلی به دست می‌آید). اگر با افزایش  $M$ ،  $D^M$  به افزایش ادامه دهد آنگاه سیستم با بعد بالا یا تصادفی است. اگر با افزایش  $M$  یک مقدار کوچک  $D^M$  به دست آید، سیستم تعیین‌پذیر است. حتی، اگر تحولات آن به نظر خیلی پیچیده بیاید.

در واقع اگر:

$$D = \lim_{M \rightarrow \infty} D^M$$

را در نظر بگیریم. وضعیت‌ای زیر می‌تواند برقرار شود:

i)  $D \rightarrow \infty \Rightarrow$  سیستم تصادفی است

ii)  $D \rightarrow$  یک عدد صحیح است  $\Rightarrow$  سیستم تعیین پذیر است

iii)  $D \rightarrow$  یک عدد کسری است  $\Rightarrow$  سیستم تعیین پذیر و آشوبی است

از آنجایی که می دانیم، یک سیستم تعیین پذیر می تواند آشوبی نبوده بلکه فقط غیرخطی باشد، در حالت دوم نمی توان به طور قطع قضاوت کرد سیستم آشوبی است یا خیر. لذا در این مورد نیاز به آزمون های کمی است.

#### ۴-۶- آزمون براک (پسماند براک)

براک در سال ۱۹۸۶ نشان داد اگر سیستم آشوبی باشد اعمال یک تبدیل خطی یا یک تبدیل غیرخطی هموار بر مشاهدات، بعد همبستگی به دست آمده را تحت تأثیر قرار نمی دهد. اما اگر سیستم غیر آشوبی باشد، این تغییرات نیز بر سیستم مؤثر خواهند بود. بنابراین، محاسبه بعد همبستگی یکبار از روی داده های اصلی و یکبار دیگر از روی پسماندهای برجای مانده از یک برازش خطی (نظیر  $AR$ ) و مقایسه این دو عدد با یکدیگر، می تواند خود به عنوان یک آزمون مطرح شود. اگر این دو عدد مشابه بودند یعنی سیستم آشوبی است و اگر این دو عدد متفاوت بودند یعنی سیستم غیر آشوبی است. پس به راحتی می توان نتیجه گرفت که از این آزمون برای رفع شک موجود در دومین حالت مطرح در آزمون بعد همبستگی، می توان استفاده کرد.

#### ۴-۷- آنتروپی کولموگروف<sup>(۱)</sup> (اغتشاش کولموگروف)

این معیار، مفهوم حساسیت نسبت به شرایط اولیه را کمی می سازد. دو مسیر زمانی که بی نهایت نزدیک به هم و غیر قابل تشخیص از یکدیگرند را در نظر بگیرید. در یک مدل آشوبی، همان طور که زمان می گذرد این دو مسیر از یکدیگر دور می شوند و قابل تشخیص از یکدیگر می شوند. آنتروپی کولموگروف  $[K_p]$  سرعتی را که این اتفاق می افتد، محاسبه می کند. نسخه جدید این معیار که توسط گراسبرگر و پروکاجیا در

سال ۱۹۸۳ ارایه شد، آن را این گونه معرفی می کند:

$$K_p = \lim_{\xi \rightarrow \infty} \lim_{m \rightarrow \infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \ln \left[ \frac{C^M(\xi)}{C^{M+1}(\xi)} \right]$$

اگر یک سری زمانی پیچیده نباشد و کاملاً قابل پیش بینی باشد  $K_p \rightarrow 0$  می رود. اگر سری زمانی کاملاً تصادفی باشد آنگاه  $K \rightarrow \infty$  می رود. یعنی هر چه  $K_p$  کمتر باشد درجه پیش بینی پذیری سیستم بیشتر است. به طور خلاصه برای سیستم آشوبی داریم:  $0 < K_p < \infty$

#### ۴-۸- توان لیاپانوف

توان های لیاپانوف بر رفتاری دیگر از مدل های آشوبی تکیه دارند. این توان درجه انحراف نمایی (یا همگرایی نمایی) را در نزدیکی مدار جاذب نشان می دهد. در رفتارهای آشوبی درجه حساسیت بالاست. این درجه حداقل با یک توان لیاپانوف نمایش داده می شود (بستگی دارد سیستم چند متغیره باشد) و در یک سیستم  $n$  بعدی،  $n$  توان لیاپانوف داریم. ولی کافی است تا ما نشان دهیم که یکی از آنها (معمولاً بزرگترین آنها) بیشتر از یک است یا خیر. مطابق تعریف داریم:

$$\lambda_{max} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \ln \|\xi_i\|$$

که در اینجا  $\xi_i$  انحراف بسیار کوچکی در همسایگی مدار جاذب است که می تواند دلخواه باشد. باید توجه داشت که بزرگترین توان لیاپانوف، برای تشخیص قطعی روند آشوبی از روندهای غیرخطی، مناسب نیست.

\*\*\*

اخیراً بسیاری از آزمون ها گرایش به استفاده از روش مرسوم به BDS، معرفی شده توسط براک، دچرت و شینکمن (۱۹۸۶) نشان داده اند و تاکنون این روش تقریباً

بدون رقیب مانده‌است. اما یک رقیب، به اسم آزمون «بازگشت بسته»<sup>(۱)</sup>،<sup>(۲)</sup> نیز مطرح است که در کار گیلومور (۱۹۹۳) برای اولین بار در اقتصاد مطرح شد. اما نتوانست جایگاه بایسته را به دست آورد، به طوری که در مطالعه سال ۱۹۹۷ که توسط بارنت و دیگران انجام و پنج آزمون مطرح روز (آزمون توان لیاپانوف، آزمون کاپلان، آزمون وایت، آزمون دو طبقی و آزمون BDS) با یکدیگر مقایسه شد، به این آزمون اشاره‌ای نشده‌است. مفید است اشاره شود، در کار بارنت و دیگران (۱۹۹۷) نشان داده شده که آزمون BDS نسبت به سایر آزمون‌ها در نمونه‌های بزرگ و مشاهدات با تعداد بالا از قدرت بالاتری در تشخیص میان روندهای آشوبی، خطی و غیرخطی، برخوردار است. البته، همان‌طور که مشاهده خواهید کرد، آزمون BDS در واقع یک آزمون تشخیص روندهای غیرخطی است و برای اینکه به‌طور قطع بشود نظر داد که روند، آشوبی است یا خیر، احتیاج به آزمون‌های کمکی نظیر، بعد همبستگی، آنتروپی کولموگروف یا توان لیاپانوف، است.

## ۹-۴. آزمون BDS

براک، دچرت و شینک‌من یک آماره به نام BDS معرفی کردند که در تعیین اینکه سری زمانی مورد مطالعه از یک فرایند خطی تصادفی ناشی شده‌است یا از یک فرایند غیرخطی - تصادفی یا غیرخطی - غیرتصادفی، به کار می‌آید. فرضیه صفر برای آن این است:

$H_0$ : داده‌های ما از یک فرایند IID<sup>(۳)</sup> آمده‌اند.

$H_1$ : خیر.

در عمل، این آزمون بر پسماندهای ناشی از برازش یک مدل خطی یا غیرخطی

### 1- Close Returns Test

۲- این آزمون اولین بار توسط میندلین Mindlin (۱۹۹۰) و توفیلارو Tuffillaro (۱۹۹۰) در فیزیک ارائه شد و در سال ۱۹۹۳ توسط گیلومور در اقتصاد به کار گرفته شد.

### 3- Independent Identified Distribution

بر داده‌ای اصلی انجام می‌شود. اما از آنجایی که، تبدیل‌های خطی و غیرخطی هموار داده‌ها اثری بر نتایج به دست آمده ندارند، این آزمون را می‌توان بر روی داده‌های اصلی که تبدیل‌های خطی یا غیرخطی هموار پسماندها هستند، نیز انجام داد. این، یکی از ویژگی‌های مثبت این آزمون است.

دلایل دیگری نیز وجود دارند که BDS را مقبول ساخته است:

(۱) از این آزمون می‌توان برای آزمون خوبی برازش نیز استفاده کرد. در واقع با آزمون IID بودن پسماندهای یک برازش و تأیید آن، می‌توان عنوان کرد که این برازش به خوبی صورت گرفته است.

(۲) نرم‌افزار BDS به سادگی قابل استفاده است و سرعت آن بالاست.

(۳) برای به دست آورد توزیع‌های جانبی این آماره نیازی به محاسبه گشتاورهای درجه سوم و چهارم و بالاتر نیست.

برای ساختن آماره BDS مراحل زیر را دنبال می‌کنیم. نشان داده شده است که اگر داده‌های ما از یک فرایند IID بیایند، رابطه زیر برقرار است، برعکس:

$$C_m(\xi) = C_1(\xi)^m$$

یعنی انتگرال همبستگی در بعد محاطی  $m$  برابر است با توان  $m$  ام انتگرال

همبستگی در بعد ۱. اگر  $C_m(\xi) = \lim_{T \rightarrow \infty} C_{m,T}(\xi)$  و تعریف کنیم:

$$T_{m,T}(\xi) = C_{m,T}(\xi) - C_{1,T}(\xi)^m$$

و اگر:

$$\frac{1}{4} V_{m,n}^{\gamma}(\xi) = m[m-\gamma] C^{\gamma m-\gamma} [K_T - C_T^{\gamma}] + K_T^m - C_T^{\gamma m} + \gamma \sum_{j=1}^{m-1} \left[ C_T^{\gamma j} [K_T^{m-j} - C_T^{\gamma m}]^{-\gamma j} \right] - [m C_T^{\gamma m-\gamma} [K_T - C_T^{\gamma}]]$$

را واریانس جانبی  $T_{m,T}(\xi)$  که در آن:

$$C_T(\xi) = \frac{1}{T^2} \sum_{s=1}^T \sum_{t=1}^T X_\xi [ |u_s - u_t| ]$$

$$K_T(\xi) = \frac{1}{T^2} \sum_{r=1}^T \sum_{s=1}^T \sum_{t=1}^T X_\xi [ |u_s - u_t| ] X_\xi [ |u_s - u_t| ]$$

است، بدانیم. آنگاه آماره:

$$BDS = W_{m,t}(\xi) = \sqrt{n} \frac{T_{m,t}(\xi)}{V_{m,t}(\xi)}$$

با افزایش  $m$  و  $T$  به طور مجانبی به سمت یک توزیع نرمال  $N(0, 1)$  همگرا می شود. <sup>(۱)</sup>

یک ارزش بزرگ برای  $W$  مدرکی برای مدل های غیرخطی به دست می دهد و یک نزدیک صفر یک فرایند تصادفی را نشان می دهد. رد کردن  $IID$  به معنی قبل وجود آشوب نیست. پس، مانند سایر آزمون ها نیازمند یک آزمون کمکی است. اما ویژگی آزمون پذیر بودن آماری آن وجه تمایزی است که مقبولیت بسیاری را برای  $BDS$  ایجاد کرده است.

برای استفاده از این روش، نخست بهتر است یک مدل پارامتریک را به صورت:

$$Y_t = \mu [X_t, a] + \sigma [X_t, b] u_t$$

در نظر بگیریم. با توجه به نظریه های عنوان شده فرقی نخواهد کرد که ما

را برای  $u_t$  محاسبه کنیم:

$$u_{t,T} = \frac{Y_t - f[x_t, a_T]}{h[x_t, b_T]}$$

$T$  نشان دهنده تعداد کل مشاهدات است. سپس آماره  $BDS$  در  $M$  های مختلف

محاسبه می شود.

## ۵- آزمون تشخیص روند در بازار سهام: مطالعه بورس اوراق بهادار

تهران

از ابتدای سال ۱۳۷۵ که عملیات روزانه بازار اوراق بهادار تهران ثبت شده تا امروز تعداد مشاهدات به حدی رسیده که کار محققان اقتصادی - مالی را دشوار و سنگین ساخته است. زیرا تا پیش از این به علت نبود یا ناکفایی اطلاعات آماری بسیاری از آزمون‌ها امکان‌پذیر نبود. اما با توجه به شرایط فعلی بورس و با مهیا بودن زمینه‌های اولیه بررسی و تحلیل بازارهای مالی به ویژه بازار اوراق بهادار یا بازار سهام به عنوان بخشی از آن، در این بخش قصد داریم با استفاده و استناد به داده‌های روزانه این بازار به تحلیل و آزمون روندها بپردازیم. برای این کار داده‌های مربوط به شاخص کل اوراق بهادار تهران TEPIX و شاخص کل صنعت انتخاب شده‌اند که به ترتیب در دامنه زمانی ۱۳۷۵/۱/۵ الی ۱۳۸۰/۹/۱۴ و ۱۳۷۷/۲/۱۳ الی ۱۳۸۰/۹/۱۴ قرار دارند. در کنار این ارقام از اطلاعات مربوط به حجم و تعداد معاملات سهام نیز استفاده شده است.

### ۵-۱- آزمون داده‌ها

ابتدا از داده‌های مربوط به بازده‌های روزانه بازار سهام و نرم‌افزار BDS استفاده شد تا بررسی شود که آیا امکان وجود روند آشوبی در این سری‌های زمانی موجود است یا خیر؟ برای این کار لازم بود تا در ابتدا میزان  $\epsilon$  و  $m$  برای محاسبه  $C_1$  و  $C_m$  و  $K$  که همگی برای محاسبه آمار BDS مورد نیاز هستند (به ضمیمه مربوط به نرم‌افزار BDS توجه فرمایید)، تعیین شوند. ابتدا  $\epsilon$  بنا به توصیه آمده در متون برابر  $10^{-2}$  (۴/۶۰۶) (انحراف معیار تقسیم بر اندازه گسترده‌گی داده‌ها) در نظر گرفته شد و برای  $m$ ‌های برابر ۲، ۳، ۴، ۵، ۷ آماره BDS محاسبه شد. نتایج در جدول زیر آمده است:

جدول ۵-۱. آماره BDS براساس  $\varepsilon = 4/6.6 \times 10^{-2}$  و

$n = 1329$  برای تعداد مشاهده  $m \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

متغیر	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	$m=6$	$m=7$
$aC_1$	$6/9278 \times 10^{-1}$	$6/9278 \times 10^{-1}$	$6/9278 \times 10^{-1}$	$6/9278 \times 10^{-1}$	$6/9278 \times 10^{-1}$	$6/9278 \times 10^{-1}$
$C_m$	$5/3152 \times 10^{-1}$	$4/2527 \times 10^{-1}$	$2/4876 \times 10^{-1}$	$2/9029 \times 10^{-1}$	$2/4366 \times 10^{-1}$	$2/0747 \times 10^{-1}$
$K$	$5/3747 \times 10^{-1}$	$5/3747 \times 10^{-1}$	$5/3747 \times 10^{-1}$	$5/3747 \times 10^{-1}$	$5/3747 \times 10^{-1}$	$5/3747 \times 10^{-1}$
$T_{m,n}$	1/8262	2/3435	4/2795	2/7328	2/8620	2/7562
$V_{m,n}$	$1/1166 \times 10^{-1}$	$1/7527 \times 10^{-1}$	$2/0626 \times 10^{-1}$	$2/1125 \times 10^{-1}$	$2/0259 \times 10^{-1}$	$1/8256 \times 10^{-1}$
$bBDS$	16/445	19/076	20/748	22/277	24/004	25/911

\* تمامی متغیرهای نرمال شده‌اند.  
\* نحوه محاسبه BDS در بخش ۳ آمده است.

همان‌طور که در بخش قبل نیز اشاره شد و می‌دانیم، اگر آماره BDS یک عدد بزرگ معنی‌دار باشد، نشان‌دهنده وجود مدل غیرخطی در متغیر است. اگر  $W$  نزدیک صفر باشد فرایند کاملاً تصادفی است. از آنجایی که اگر  $W > 0$  باشد نشان‌دهنده غیرخطی بودن پروسه است، آزمون فرضیه ما یک طرفه خواهد بود، یعنی در سطح معنی‌دار ۹۵ درصد نقطه بحران  $1/645$  توزیع نرمال استاندارد ملاک خواهد بود. در جدول زیر برای  $\varepsilon$ های مختلف و  $m$ های مختلف آماره BDS ثبت شده است.

جدول ۵-۲. آماره BDS بازده کل برای  $\varepsilon$ ها و  $m$ های مختلف

$\varepsilon$	$m$	۰/۵	۰/۲۵	۰/۱	۰/۰۵	۰/۰۰۵
۲		6/9252	9/2327	1/1771	1/6020	2/4920
۳		6/1611	8/3270	1/2968	1/8421	4/6579
۴		5/4728	7/4767	1/3761	1/9884	1/0287
۵		4/9461	6/7917	1/4026	2/1067	2/3084
۷		4/1958	5/7927	1/4272	2/2810	7/4778
۱۰		2/4601	4/8292	1/4415	3/0050	1/3702

اعداد جدول نشان‌دهنده وجود روند غیرخطی قوی در این داده‌ها است و به احتمال بالا از آنجایی که به‌طور قوی وجود روند خطی رد می‌شود وجود روند آشوبی در این متغیر با احتمال بالا قابل قبول خواهد بود، البته نیاز به آزمون‌های کمکی است. این نرم‌افزار علاوه بر آماره BDS آماره دیگری را نیز به اسم  $a_m$  که همان  $d_m = \frac{\ln C_m}{\ln(\xi)}$  است ارائه می‌دهد. اگر این متغیر نیز با حرکت  $\varepsilon$  به سمت صفر و بزرگ شدن  $m$  به سمت یک عدد مشخص حرکت کند نشان‌دهنده بعد همبستگی است. یعنی:

$$D = \lim_{m \rightarrow \infty} \lim_{\xi \rightarrow 0} Ind_m$$

برای  $m$  و  $\varepsilon$ های مختلف و بازده کل این آماره محاسبه شده است.

جدول ۵-۳. جدول آماره  $d_m$  برای  $m$ های مختلف

$\varepsilon$	$m=5$	$m=10$	$m=15$	$m=20$	$m=25$	$m=30$	$m$
۰.۰۰۱	$7/3823 \times 10^{-1}$	$5/1281 \times 10^{-1}$	$1/186.0 \times 10^{-1}$	$6/17.9 \times 10^{-2}$	$9/0.9 \times 10^{-2}$	$2/1.22 \times 10^{-2}$	۲
۰.۰۰۵	$1/3222$	$7/1829 \times 10^{-1}$	$7/5191 \times 10^{-1}$	$9/651.0 \times 10^{-2}$	$1/3.92 \times 10^{-2}$	$6/0.265 \times 10^{-2}$	۳
۰.۰۱	$1/5723$	$1/1222$	$9/5965 \times 10^{-1}$	$3/1.0 \times 10^{-1}$	$1/1992 \times 10^{-1}$	$1/7.92 \times 10^{-2}$	۴
۰.۰۵	$1/2228$	$1/2923$	$1/917$	$3/50.2 \times 10^{-1}$	$1/3188 \times 10^{-1}$	$2/11.07 \times 10^{-2}$	۵
۰.۱	$1/8226$	$1/3577$	$1/1980$	$3/116.8 \times 10^{-1}$	$1/6227 \times 10^{-1}$	$2/5125 \times 10^{-2}$	۶
۰.۲۵	NAN	$1/3990$	$1/3725$	$2/6475 \times 10^{-1}$	$1/82.8 \times 10^{-1}$	$2/9127 \times 10^{-2}$	۷
۰.۵	NAN	$1/2955$	$1/2252$	$5/9668 \times 10^{-1}$	$2/37.2 \times 10^{-1}$	$2/128.0 \times 10^{-2}$	۱۰
۱	NAN	$1/5866$	$1/6449$	$7/1852 \times 10^{-1}$	$3/1752 \times 10^{-1}$	$6/1187 \times 10^{-2}$	۱۵
۲	NAN	$1/8022$	$1/8577$	$1/1021$	$2/60.5 \times 10^{-1}$	$1/1.291 \times 10^{-1}$	۲۵
۳	NAN	NAN	NAN	$1/6121$	$6/7976 \times 10^{-1}$	$1/6312 \times 10^{-1}$	۴۰
۴	NAN	NAN	NAN	$2/5019$	$9/5558 \times 10^{-1}$	$2/622 \times 10^{-1}$	۶۰
۵	NAN	NAN	NAN	NAN	$1/5100$	$2/770.9 \times 10^{-1}$	۱۰۰

• با افزایش  $m$  تا ۹۱ این عدد تا ۴/۵۲۸۵ افزایش می‌یابد.

•• با افزایش  $m$  تا ۱۳۸ این عدد تا ۲/۹۶۳۹ افزایش می‌یابد.

••• با افزایش  $m$  تا ۳۸ این عدد تا ۲/۵۷۶۲ افزایش می‌یابد.

همان طور که مشاهده می شود  $d_m$  در  $\varepsilon = 0/05$  سمت  $4/5285$  گرایش پیدا می کند که نشان دهنده این است که  $D$  به سمت  $1/510390$  و این نشان دهنده این است که سیستم با درجه اطمینان بالایی اجزای تعیین پذیر دارد که به احتمال به علت کسری بود، آشوبی است.

شاخص بعدی که محاسبه شده است تا ما را در آزمون این روند کمک کند، معیار آنتروپی کولموگروف است.

جدول زیر این شاخص را برای  $\varepsilon$ ها و  $m$ های مختلف حساب کرده است.

جدول ۵-۴. توان کولموگروف در  $\varepsilon$ ها و  $m$ های مختلف

$\varepsilon$	$m$	۰/۰۰۱	۰/۰۰۵	۰/۰۱	۰/۰۵	۰/۱	۰/۲۵	۰/۵
۲		-۰/۷۲۱۹	-۰/۷۲۳۴	-۰/۷۲۹۶	-۰/۷۳۸۵	-۰/۷۴۲۳	-۰/۶۹۴۳	-۰/۶۸۱۰
۳		-۰/۸۴۶۷	-۰/۸۳۵۸	-۰/۸۲۲۱	-۰/۸۱۱۳	-۰/۸۰۴۶	-۰/۷۶۵۹	-۰/۷۵۷۶
۴		-۰/۹۱۲۶	-۰/۹۰۶۳	-۰/۸۷۹۰	-۰/۸۵۰۶	-۰/۸۴۵۴	-۰/۸۰۹۸	-۰/۸۰۴۶
۵		-۰/۹۱۵۶	-۰/۹۵۲۵	-۰/۹۱۱۳	-۰/۸۷۷۳	-۰/۸۷۳۲	-۰/۸۳۹۷	-۰/۸۳۶۳
۶		NAN	-۰/۹۷۰۳	-۰/۹۴۱۴	-۰/۸۹۵۲	-۰/۸۹۲۳	-۰/۸۶۱۴	-۰/۸۵۹۱
۷		NAN	-۰/۹۷۳۳	-۰/۹۵۵۱	-۰/۹۱۱۳	-۰/۹۰۷۱	-۰/۸۷۷۹	-۰/۸۷۶۳
۱۰		NAN	-۰/۹۸۲۹	-۰/۹۷۰۳	-۰/۹۳۷۳	-۰/۹۳۳۰	-۰/۹۱۰۱	-۰/۹۰۹۲
۱۵		NAN	-۰/۹۸۹۵	-۰/۹۷۲۵	-۰/۹۵۶۶	-۰/۹۵۴۰	-۰/۹۳۷۴	-۰/۹۳۶۹
۲۵		NAN	-۰/۹۸۲۴	-۰/۹۸۲۵	-۰/۹۷۳۷	-۰/۹۶۹۶	-۰/۹۶۱۹	-۰/۹۶۰۵
۴۰		NAN	NAN	NAN	-۰/۹۷۷۱	-۰/۹۷۹۳	-۰/۹۷۶۲	-۰/۹۷۴۵
۶۰		NAN	NAN	NAN	-۰/۹۷۸۷	-۰/۹۸۲۷	-۰/۹۹۲۱	-۰/۹۸۲۷

مشاهده می‌شود که این آماره تا حد ۰/۹۸۴۸ گرایش پیدا می‌کند (یعنی تقریباً ۱) که این به معنی تعیین‌ناپذیر و آشوبی بودن مدل متغیر مورد بررسی است. نتایج در این قسمت نشان‌دهنده وجود آشوب است. در ادامه براساس یک برآورد GARCH از بازده‌های کل و آزمون معیارها برای تشخیص وجود روندهای غیرخطی و علی‌الخصوص روندهای آشوبی اقدام می‌شود.

## ۵-۲- آزمون داده‌ها براساس پسماندهای حاصل از یک مدل GARCH(p&q)

براساس مشاهده گولروگرام بازده‌ها و تکرار آزمون‌های مختلف مدل خطی

$$r_t = 0/1590r_{t-1} + 0/14182r_{t-2} + 0/6238r_{t-6} - 0/5993MA[6] - 0/1026MA[7]$$

$$R^2 = 13/02\% \quad F = 49/68$$

پذیرفته شد. براساس این مدل و مدل غیرخطی برای واریانس  $\epsilon$  مدل (۰ و ۲) GARCH به شکل زیر انتخاب شد:

$$r_t = 0/23657r_{t-1} + 0/25170r_{t-2} + 0/0374r_{t-3} + 0/15422r_{t-5} + 0/12635r_{t-14} - 0/12373MA[5]$$

$$h_t = 5/57 * 10^{-7} + 0/33974\epsilon_{t-1}^2 + 1/30171\epsilon_{t-2}^2$$

$$R^2 = 9/65\% \quad F = 17/56$$

با استفاده از پسماندهای به دست آمده از این برازش و با استناد به قانون پسماندهای براك، در این قسمت به آزمون‌های مربوط به وجود روندهای غیرخطی و آشوب می‌پردازیم.

با استفاده از نرم‌افزار BDS این پسماندها را نیز برای  $m$  ها و  $m$  های مختلف

ارزیابی می‌کنیم. از آنجایی که مینیمم پسماندها  $10^{-2}$  \* ۲/۳۱۵- و ماکزیمم آن

$10^{-2}$  \* ۱/۸۱۷+ است، گستردگی آن  $10^{-2}$  \* ۴/۱۳۲ است. انحراف معیار محاسبه شده بر

آن نیز  $10^{-3}$  \* ۱/۶۱۹ است. به این ترتیب  $10^{-2}$  \* ۳/۹۲۰ =  $\frac{SD}{Spread}$  را می‌توان

انتخاب کرد. جدول زیر خلاصه‌ای از محاسبات انجام شده از نرم‌افزار BDS را ارائه می‌کند:

جدول ۵۵- آماره BDS براساس  $10^{-2}$  \*  $\varepsilon = 3/920$  و  $m \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

برای  $n = 1325$  مشاهده

m-10	m-7	m-6	m-5	m-4	m-3	m-2	تغییر محاسبه شده
۴/۱۳۱۱	۴/۶۴۴۴	۴/۵۱۹۳	۴/۷۷۹۶	۴/۷۷۹۶	۴/۷۵۵۷	۱/۳۱	$T_{m,n}$
$1/3937 \times 10^{-1}$	$2/619 \times 10^{-1}$	$2/3105 \times 10^{-1}$	$2/2521 \times 10^{-1}$	$2/2521 \times 10^{-1}$	$1/5224 \times 10^{-1}$	$1/0829 \times 10^{-1}$	$V_{m,n}$
$2/9642 \times 10^{-1}$	$2/2520 \times 10^{-1}$	$2/0897 \times 10^{-1}$	$1/9247 \times 10^{-1}$	$1/9247 \times 10^{-1}$	$1/5244 \times 10^{-1}$	$1/2086 \times 10^{-1}$	BDS
$5/8798 \times 10^{-1}$	$4/6248 \times 10^{-1}$	$4/1272 \times 10^{-1}$	$2/6294 \times 10^{-1}$	$2/6294 \times 10^{-1}$	$2/5228 \times 10^{-1}$	$1/8596 \times 10^{-1}$	$\sigma_m$

باتوجه به بزرگی اعداد BDS مدل غیرخطی برای پسماندها تصویب می‌شود. اما برای توضیح‌دهی بیشتر جدول (۵۶) این میزان را برای  $m$  و  $m$ های مختلف محاسبه کرده‌است.

جدول ۵۶- آماره BDS برای  $m$  و  $m$ های مختلف

$\varepsilon$	$m$	۰/۰۱	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۱	۰/۲۵	۰/۵
۲	۲	$2/1725 \times 10^{-1}$	$1/8752 \times 10^{-1}$	$1/1269 \times 10^{-1}$	۸/۳۲۵۵	$1/0002 \times 10^{-1}$	$1/0002$
۳	۳	$2/9702 \times 10^{-1}$	$3/3405 \times 10^{-1}$	$1/4522 \times 10^{-1}$	۹/۷۷۸۲	۸/۹۳۴۲	$8/8442 \times 10^{-1}$
۴	۴	$1/008 \times 10^{-1}$	$6/8102 \times 10^{-1}$	$1/6117 \times 10^{-1}$	۹/۹۸۱	۷/۹۸۱۴	$7/5162 \times 10^{-1}$
۵	۵	$5/8721$	$1/8052 \times 10^{-1}$	$1/1707 \times 10^{-1}$	$1/0016 \times 10^{-1}$	۷/۱۲۴۹	$6/5062 \times 10^{-1}$
۷	۷	$2/8863$	$7/2261 \times 10^{-1}$	$1/8658 \times 10^{-1}$	$1/0176 \times 10^{-1}$	6/۱۷۱3	$5/0479 \times 10^{-1}$
۱۰	۱۰	$1/2364$	$1/9201 \times 10^{-1}$	$2/1260 \times 10^{-1}$	۹/۹۹۱۷	5/۱۲۳۶	$3/5917 \times 10^{-1}$

باتوجه به اعداد این جدول و باتوجه به اینکه برای  $\epsilon$  های کوچک و  $m$  های بالا اعداد بزرگ BDS محاسبه شده است و از  $1/645$  بیشتر است. وجود روند غیرخطی تأیید می شود و باتوجه به شدت بزرگی این اعداد می توان وجود روند آشوبی را نیز قبول داشت. با مشاهده تغییرات  $a_m$  یا همان  $d_m = \frac{\ln C_m}{\ln(\epsilon)}$  می توان اطلاعات بیشتری به دست آورد.

جدول ۵-۷. آماره  $d_m$  برای  $m$  های مختلف

$\epsilon$	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۱۰	۱۵	۲۵	۴۰	۶۰
۰/۰۵*	-۱/۱۳۵۳	-۱/۱۸۴۳	-۱/۲۲۷۶	-۱/۲۶۷۶	-۳/۰۵۵	-۳۴۱۳	-۱/۲۳۱۹	-۱/۵۷۹	-۱/۸۱۵۷	۱/۱۳۸۵	۱/۶۴۹۰
۰/۰۱	-۱/۵۲۷۸	-۳/۱۵۳	-۱/۸۷۱۷	۱/۰۰۰۲	۱/۰۹۸۸	۱/۱۸۱۹	۱/۳۵۷۳	۱/۵۲۳۸	۱/۹۰۳۳	۲/۹۵۸۶	NAN
۰/۰۰۵**	-۱/۶۹۳۴۲	-۱/۹۸۱۸	۱/۱۴۴۳	۱/۳۷۸۱	۱/۳۵۹۸	۱/۳۳۱۴	۱/۵۸۹۹	۱/۸۰۶۰	۲/۲۲۲۱	NAN	NAN
۰/۰۰۱	-۱/۹۸۱۱	۱/۳۹۰۳	۱/۲۲۱۰	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN

\* با افزایش  $m$  تا ۱۳۱ این مقدار تا  $4/5$  افزایش پیدا می کند.

\*\* با افزایش  $m$  تا ۱۲۹ این مقدار تا  $2/57$  افزایش پیدا می کند.

این آماره در سطح  $\epsilon = 0/05$  به حد  $4/5$  می رسد که نشان دهنده این است که  $D$  به سمت  $1/5$  میل می کند. که به طور مشخص بیان می دارد که سیستم از بعدی بیشتر ۱ برخوردار است و بعد کسری دارد، لذا آشوبی است. محاسبه توان کولموگراف برای پسماندها نیز نشان می دهد که به تدریج به افزایش  $m$  و کاهش  $\epsilon$  این آماره تمایل به نزدیک شدن به یک را دارد، پس نتیجه می گیریم که به احتمال بالا، این متغیر آشوبی است.

### ۵-۳. خلاصه و نتیجه گیری

پس از پرداخت به مفاهیم مربوط به نظریه آشوب در بخش یک و مرور ادبیات آشوب در اقتصاد در حد وسیع آن، توضیح داده شده که تا چه حد پرداختن به این

مفهوم در اقتصاد امروز مهم و در حال گسترش است. چه بسیار مدل‌هایی که بر پایه فرض خطی بودن و تصادفی بودن روندها بنا نهاده شده‌اند که از این پس از اعتبار می‌افتند. با اثبات وجود آشوب در روند یک متغیر و یک سیستم اقتصادی تخمین دقیق پارامترها حساسیت می‌یابد و تمامی برآوردهای گذشته از اعتبار می‌افتند، زیرا از خصوصیات اصلی مدل‌های آشوبی حساسیت نسبت به اندازه پارامترها و شرایط اولیه است که این دومی، اهمیت توجه بیشتر به اندازه‌گیری متغیرها را خاطرنشان می‌سازد. با مرور روش‌های آزمون وجود روندهای غیرخطی و آشوبی در اقتصاد در بخش سوم و مطالعه مختصر بازار اوراق بهادار تهران زمینه برای آزمون وجود روند آشوبی در بازده سهام بازار اوراق بهادار تهران مهیا شد. با استفاده از آزمون‌های BDS و بعد همبستگی و آنتروپی کولموگروف با درجه اطمینان بالا روند آشوبی در بازده‌های سهام بازار تهران براساس محاسبات مبتنی بر شاخص کل سهام به صورت روزانه از ۷۵/۱/۵ الی ۸۰/۹/۱۴ تأیید شد. این تأیید یک بار دیگر به استناد پسماندهای حاصل از برازش یک مدل (۲ و ۰) GARCH نیز تکرار شد.

## فهرست منابع:

- ۱- ترازنامه‌های بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران سال‌های مختلف.
- ۲- علی، رشیدزاده. «اثر متغیرهای کلان اقتصادی بر رونق و رکود بورس اوراق بهادار طی سال‌های ۱۳۶۹-۷۷». پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد ۷۹-۱۳۷۸.
- ۳- امیربهداد، سلامی. «بررسی وجود یا عدم وجود روند آشوبی در شاخص قیمت‌های سهام تهران ۱۳۷۹-۷۹». سمینار اقتصادسنجی دوره دکتری، ۱۳۷۹.
- ۴- گزارش سال ۱۳۷۸ بورس اوراق بهادار تهران، سازمان بورس اوراق بهادار تهران.
- ۵- علی، موسوی. «بررسی روابط بین شاخص‌ها در بورس تهران و تأثیر آن در انتخاب سبد سهام (پور نفولپو)». پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد ۷۹-۱۳۷۸.
- 6- Stratmann B. and Vogt R., "Fractal Dimensions for Dissipative Sets," *Nonlinearity*, Vol.10, 1997, pp.565-577.
- 7- Bunimovich L.A., and Venkatagiri S., "Onset of Chaos in Coupled Map Lattices via the Peak-Crossing Bifurcation," *Nonlinearity*, Vol.9, 1996, pp.1281-1298.
- 8- Lai Y. C., Grebogi C., Yorke J.A. and Kan I. "How Often are Chaotic Saddles Nonhyperbolic?" *Nonlinearity*, Vol.6, 1993, pp.779-797.
- 9- Glendinning P., "The Anharmonic Route to Chaos: Kneading Theory," *Nonlinearity*, Vol.6, 1993, pp. 349-367.
- 10- Gucken Heimer J. and Worfolk P., "Instant Chaos," *Nonlinearity*, Vol.5, 1992, pp.1211-1222.
- 11- Belogortsev A.B., "Bifurcation of Tori and Chaos in the Quasiperiodically Forced Duffing Oscillator," *Nonlinearity*, Vol.5, 1992, pp.847-889.
- 12- Le Baron B., "Chaos and Nonlinear Forecastability in Economics and Finance," Technical Paper, University of Wisconsin, Madison, W 1, 1994.
- 13- Le Baron B., "A Fast Algorithm for the BDS Statistic," *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, Vol.2, No.2, 1197, pp.9-52.
- 14- Barnett W.A. and HInish M., "Has Chaos been discovered with Economic Data?," *Evolutionary Economics*, Oxford University Press, 1993, pp. 254-265.
- 15- Blank S. C., "Chaos in future Markets? A Nonlinear Dynamical Analysis," *Journal of*

*Futures Markets*, Vol.11, 1992, pp.711-728.

16- Brock W.A., "Distinguishing Random and Deterministic Systems: Abridged Version," *Journal of Economic Theory*, Vol.40, 1986, pp.168-195.

17- Brock W.A., Dechert W.D., Scheinkman J.A. and Le Baron B., "A Test for Independence Based on the Correlation Dimension." Technical Report, University of Wisconsin, Madison, W 1, 1998.

18- Brock W.A. and Sayers C.L., "Is the Business Cycle Characterized by deterministic Chaos?," *Journal of Monetary Economics*, Vol.22, 1988, pp.71-90.

19- Bollerslev T., "Financial Econometrics: Past developments and Future Challenges," *Journal of Econometrics*, No.100, 2001, pp.41-51.

20- Dechert W.A. and Gencay R., "Lyapunov Exponents as a Nonparametric Diagnostic for Stability Analysis," *Journal of Applied Econometrics* 7:S41-S60, 1992.

21- Decoster G.P., Labys W. C. and Mitchell, "Evidence of Chaos in Commodity Futures Prices," *Journal of Futures Markets*, 12: 291-309, 1992.

22- Frank M.Z. and Stengos T., "Some Evidence Concerning Macroeconomic Chaos," *Journal of Monetary Economics*, 22: 423-438, 1988.

23- Grassberger P. and Proccaccia I., "Characterization of Strange Attractors," *Physical Review Letters*, 50: 346-349, 1982.

24- Peters E., "A Chaotic Attractor for the S+P 500," *Financial Analysts Journal*, March-April: 55-81.

25- Sheinkman J.A. and Leparon B., "Nonlinear Dynamics and Stock Returns," *Journal of Business*, 62: 311-338, 1989.