چگونه تئوری قیمت‌گذاری مبتنـــی بر آربیتـــراژ را آزمـــون کنیـــم؟

قاسم محسنی دمنه *

در پاسخ به انتقادات وارده به مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای، مدل دیگری به نام تئوری قیمت‌گذاری مبتنی‌بر آربیتراژ توسط راس(۱۹۷۶) پیشنهاد شد که مفروضات کمتری دارد و به جای یک عامل، چندین عامل ریسک را در قیمت‌گذاری دارایی مؤثر می‌داند. در این مقاله برای آزمون تئوری ارزشیابی مبتنی بر آربیتراژ، یک روش دو مرحله‌ای که به روش «فاما-مکبث»

* . قاسم محسنی دمنه؛ عضو هیأت علمی دانشگاه آزاد اسلامی- واحد کرج و دانشجوی دورهٔ دکتری مدیریت بازرگانی (گرایش مالی) دانشگاه آزاد اسلامی.

E.mail: ghasem.mohseni@sco.ir

معروف است ارائه شده است. عوامل مؤثر بر قیمت داراییها، می‌توانند متغیرهای کلان اقتصادی باشند و یا از طریق تکنیک‌های آماری بدست آیند. در این مقاله چگونگی تعیین امتیازات عوامل، بار عوامل و پاداشهای ریسک با استفاده از دو روش مذکور توضیح داده شده و در نهایت این مدل با استفاده از یک نمونه از داده‌های واقعی از بورس اوراق بهادار تهران آزمون شده است.

کلید واژه‌ها:

آربیتراژ، مدل عاملی و مدل **APT**، تخمین بار عامل، پاداش ریسک، امتیازات عامل

مقدمه

اغلب دیده می‌شود برای آزمون مدل‌های قیمت‌گذاری در بازار سرمایهٔ ایران، روشهای صحیحی بکار گرفته نمی‌شود. همچنین تئوری قیمت‌گذاری مبتنی بر آربیتراژ در بازار سرمایهٔ ایران به ندرت آزمون شده است. در این مقاله هدف نویسنده آن است تا یک روش علمی معروف در آزمون این تئوری که به روش دو مرحله‌ای «فاما-مکبث» شهرت یافته است را به زبان ساده برای خوانندهٔ فارسی زبان توضیح دهد. در بخش «ب» پس از بیان انتقادات وارد بر مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای، مدل چند عاملی و سپس مدل مبتنی بر آربیتراژ و اجزای تشکیل‌دهندهٔ آن تشریح شده است. مراحل آزمون این تئوری در بخش «ج» آمده است. در گام اول داراییهایی انتخاب می‌شوند که در گام‌های دوم و سوم برای تخمین بار عوامل، امتیازات عوامل و پاداشهای ریسک مدل بکار می‌روند. در گام چهارم، گروه دیگری از داراییها، انتخاب شده و در گام پنجم، برای آزمون مدل بکار می‌روند. دو روش برای تخمین پارامترهای مدل وجود دارد که در بخش «د» توضیح داده شده است. بخش«هـ» به یک نمونهٔ عملی برای آزمون این تئوری از بورس تهران پرداخته است. در پایان، نتایج مقاله، خلاصه شده و در پیوست نیز مفهوم عمود بودن دو متغیر تصادفی نیز آمده است.

بیان مدل عاملی و مدل APT

در پاسخ به انتقاداتی که به مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای[1] (CAPM) شده است، «راس»[2] (۱۹۷۶) مدل دیگری را به نام تئوری قیمت‌گذاری مبتنی بر آربیتراژ[3] (APT) پیشنهاد نمود. عمده‌ترین انتقاداتی که به CAPM می‌شد و قرار بود APT در معرض آنها نباشد عبارت بودند از:

۱. در CAPM ادعا می‌شد که رابطهٔ بین بازدهی مورد توقع از هر دارایی با بتای آن دارایی به‌صورت خطی است. بتای دارایی درجهٔ حساسیت بازدهی دارایی را نسبت

1. Capital Asset Pricing Model
2. Stephen A. Ross, "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing", ***Journal of Economic Theory***, No. 13, (1976), pp. 341–360.
3. Arbitrage Pricing Theory

به بازدهی پرتفولیوی بازار اندازه‌گیری می‌کند. پرتفولیوی بازار، یک سبد سرمایه‌گذاری است که حاوی همهٔ داراییهای نوع بشر است؛ بطوریکه در این سبد نسبت هر دارایی به‌کل داراییهای سبد با نسبت ارزش آن دارایی به کل داراییهای موجود در جهان برابر است. اولین و مهمترین انتقاد آن بود که چنین پرتفولیویی را می‌توان تصور کرد، ولی نمی‌توان آن را در واقعیت مشاهده نمود. بنابراین عملاً نمی‌توان درستی CAPM را آزمون نمود.

۲. مفروضات برای مدل CAPM زیادند و با دنیای واقعی تطبیق کمی دارند. مثلاً شرایط تعادلی بازار، اطلاعات کامل و بدون هزینه قابل دسترس برای همه، نبود هزینه‌های معاملاتی، وجود یک نرخ بازدهی بدون ریسک که همه بدون محدودیت بتوانند براساس آن قرض گرفته یا قرض دهند، تصمیم‌گیری براساس میانگین و واریانس بازدهی‌ها و مشخص بودن میانگین و واریانس‌ها، مقعر و صعودی بودن منحنی مطلوبیت سرمایه‌گذار، برابر بودن افق زمانی همه سرمایه‌گذاران و اینکه همهٔ آنها در مورد بازدهی داراییها و واریانس آنها و کوواریانس بازدهی داراییها با یکدیگر پیش‌بینی‌های یکسانی دارند.

در مدل APT نیازی به مشاهدهٔ پرتفولیوی بازار نیست و مهمترین فرضی که در این مدل مطرح است نبود شرایط آربیتراژی است. شرایط آربیتراژ وقتی وجود دارد که کسی بتواند بدون سرمایه‌گذاری یک بازدهی مطمئن بدست آورد. هر فرد می‌تواند با فروش استقراضی[1]، وجوه لازم را برای سرمایه‌گذاری کسب کند. چنانچه وی بتواند این وجوه را در یک دارایی سرمایه‌گذاری کند به قسمی که بازدهی حاصل از این دارایی در هر زمان و تحت هر شرایطی بیشتر از جریان نقدی باشد که سرمایه‌گذار در قرض گرفتن دارایی، بدهکار شده است، در این‌صورت وی همواره یک جریان نقدی مثبت خواهد داشت؛ بدون اینکه وجهی از وجوه خود را سرمایه‌گذاری کرده باشد. به چنین شرایطی آربیتراژ می‌گویند.

در مدل APT نیز دارایی براساس ریسک آن قیمت‌گذاری می‌شود؛ با این تفاوت که در این مدل منبع ریسک فقط یک عامل و آن هم پرتفولیوی بازار نیست، بلکه عوامل

---

1. Short Sell.

متعددی بر دارایی مؤثرند که به آنها عوامل ریسک[1] گویند. بنا به فرض، تعداد عوامل ریسک به نسبت تعداد داراییها کم هستند. براین‌اساس مدل عاملی[2] به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$r_{it} - \mu_i = b_{i1}\delta_{1t} + b_{i2}\delta_{2t} + \ldots + b_{ik}\delta_{kt} + e_{it}, \qquad (۱)$$

که در آن δها به‌عنوان امتیازات عوامل[3] استاندارد شده‌است، بنابراین میانگینی برابر صفر و انحراف استانداردی برابر یک دارند. b ها نیز درجهٔ حساسیت دارایی i را نسبت به عوامل اندازه می‌گیرند. در این رابطه t نشان‌دهندهٔ دورهٔ tام است، پس r_{it} بازدهی واقعی دارایی iام در دورهٔ tام خواهد بود و μ_i نیز بازدهی مورد انتظار دارایی iام در دورهٔ t است و e_{it} نیز باقیماندهٔ تصادفی مدل برای دارایی iام در زمان t است که میانگین این باقیمانده برای یک دارایی در زمانهای مختلف برابر صفر است.

در رابطهٔ (۱)، عوامل (یعنی δها) عواملی با تأثیر گسترده قلمداد می‌شوند؛ یعنی این عوامل بر همهٔ داراییها مؤثرند؛ بنابراین مشاهده می‌کنید که اندیس i ندارند. این حقیقت یکی از مفروضات مدل APT است؛ یعنی عوامل ریسک بین همهٔ داراییها مشترک است. علاوه براین عوامل، دو به دو بر همدیگر عمودند[4] و هر یک از عوامل بر عنصر باقیمانده (یعنی e) نیز عمود است.

---

[1]. Risk Factors.
[2]. Factor Model.
[3]. Factor Scores.
[4]. orthogonal: دو متغیر تصادفی وقتی بر هم عمودند که امید ریاضی حاصلضرب آنها برابر صفر باشد. بنابراین از عمود بودن عوامل ریسک می‌توان نوشت:

$$\mathrm{E}(\delta_i\delta_j) = ۰ \qquad \forall i, j \le k$$

حال باتوجه به اینکه میانگین عوامل ریسک برابر صفر است، می‌توانیم ثابت کنیم عمود بودن عوامل ریسک به معنی ناهمبسته بودن‌آنها است. برای این منظورکافی‌است ثابت کنیم‌که کوواریانس عوامل بایکدیگر برابر صفر است به‌صورت زیر:

$$\mathrm{cov}(\delta_i, \delta_j) = E(\delta_i\delta_j) - E(\delta_i)E(\delta_j) = ۰ - ۰ = ۰$$

به‌همین ترتیب اثبات می‌شود که عمود بودن عوامل بر باقیمانده‌ها به‌معنای ناهمبسته بودن آنها با یکدیگر است. لغت عمود بودن یا تعامد از جبر خطی (Linear Algebra) اقتباس شده است. در آنجا وقتی زاویهٔ بین دو بردار قائمه (۹۰ درجه) باشد، گفته می‌شود آن دو بردار بر هم عمودند. در پیوست، مفهوم عمود بودن بردارها توضیح داده شده است. برای اطلاعات بیشتر می‌توانید به مراجعی که در انتهای مقاله معرفی شده‌اند، رجوع کنید.

رابطهٔ (۱) را می‌توان با استفاده از جبر ماتریسی به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$R_t - M = B\Delta_t + E_t, \tag{۱َ}$$

که اگر n دارایی داشته باشیم، R_t و M بردارهایی $n\times۱$ بوده و به‌ترتیب شامل بازدهی‌های واقعی و بازدهی‌های مورد انتظار داراییها هستند. B یک ماتریس $n\times k$ شامل درجه‌های حساسیت به عوامل، Δ_t یک بردار $k\times۱$ حاوی امتیازات عوامل و Et نیز یک بردار $n\times۱$ حاوی باقیمانده‌ها هستند.

اگر بازارکارآ باشد؛ یعنی موقعیتهای آربیتراژی وجود نداشته باشد یا به‌عبارت دیگر بازدهی یک پرتفولیوی آربیتراژی برابر صفر باشد، آنگاه با چند فرض کوچک دیگر مدل عاملی مذکور در رابطهٔ (۱) یا معادل آن رابطهٔ (۱َ) به یک رابطهٔ تقریبی به‌نام مدل APT به‌شکل زیر درمی‌آید:

$$\mu_i \cong \gamma_\circ + b_{i1}\gamma_1 + b_{i2}\gamma_2 + \ldots + b_{ik}\gamma_{k^\circ} \tag{۲}$$

که می‌توان آن را با استفاده از ماتریس‌ها به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\mathrm{M} \cong \ell\gamma_\circ + \mathrm{B}\Gamma, \tag{۲َ}$$

که در آن ℓ یک بردار $n\times۱$ می‌باشد که همهٔ مؤلفه‌هایش برابر یک است، و Γ هم یک بردار $k\times۱$ حاوی γها می‌باشد.

رابطهٔ (۲) یا (۲َ) به‌صورت تقریبی ($\cong$) است؛ زیرا تعداد داراییها در یک اقتصاد برخلاف مفروضات مدل، بی‌شمار نیست و بنابراین کل ریسک (واریانس) پرتفولیوی آربیتراژی

از طریق تنوع‌سازی قابل حذف نمی‌باشد. راس[۱] (۱۹۷۶)، «دیبویگ»[۲] (۱۹۸۳) و «گرینبلات و تایتمن»[۳] (۱۹۸۳) از لحاظ تئوریک اثبات نمودند که متوسط خطاها در این مدل تقریبی در عمل کوچک و قابل چشم‌پوشی است. «شانکن»[۴] (۱۹۸۲) عنوان نمود که گرچه متوسط خطاها کوچک و قابل چشم‌پوشی است؛ اما میزان خطا برای قیمت‌گذاری هر دارایی بطور منفرد می‌تواند بزرگ باشد. «دیبویگ و راس»[۵] (۱۹۸۵) اظهار داشتند که شرایطی که «شانکن» مطرح کرده است بسیار استثنایی است و در عمل به ندرت اتفاق می‌افتد. «رابین و شاکلا» (۱۹۹۱) نشان دادند که خطاهای قیمت‌گذاری برای بعضی از سهام بزرگ است. یک نوع مدل APT براساس شرایط تعادلی توسط «چن و اینگرسول»[۶] (۱۹۸۳)، «کانر»[۷] (۱۹۸۴) و «وی»[۸] (۱۹۸۸) و نه مبتنی بر آربیتراژ مطرح گردید که در آن یکی از عوامل، پرتفولیوی بازار یا باقیماندهٔ عامل بازار است و رابطهٔ تقریبی به یک رابطهٔ کاملاً مساوی تبدیل می‌شود. بیشتر افرادی که مدل APT را بکار می‌برند، فرض می‌کنند که خطاهای قیمت‌گذاری قابل صرف‌نظر کردن هستند و رابطهٔ تقریبی، یک رابطهٔ تساوی است.

در رابطهٔ (۲) یا (۲َ)، γ_0 به عنوان نرخ بازدهی دارایی بتا صفر[۹] یا نرخ بازدهی بدون ریسک قلمداد می‌شود و γ_j (j=۱ , ... , k)، به‌عنوان پاداش ریسک مرتبط با عامل iام تفسیر

1. Stephen A. Ross, ***Ibid***.
2. Philip Dybvig, "An Explicit Bound on Deviations from APT Pricing in a Finite Economy", ***Journal of Financial Economics***, No. 12, (1983), pp. 483–496.
3. Mark Grinblatt and Sheridan Titman, "Factor Pricing in a Finite Economy", ***Journal of Financial Economics***, No. 12, (1983), pp. 497–507.
4. Jay Shanken, "The Arbitrage Pricing Theory? It is Testable", ***Journal of Finance***, No. 37, (1982), pp. 1129–1140.
5. Philip Dybvig and Stephen A. Ross, "Yes, the APT is Testable", ***Journal of Finance***, Vol. 40, No. 4, (1985), pp. 1173–1188.
6. Nai-Fu Chen and Jonathan Ingersoll, "Exact Pricing in Linear Factor Models with Finitely Many Assets: A Note", ***Journal of Finance***, Vol. 38, (1983), pp. 985–988.
7. Gregory Connor, "A Unified Beta Pricing Theory", ***Journal of Economic Theory***, Vol. 34, (1984), pp. 13–31.
8. K. C. John Wei, "An Asset-Pricing Theory Unifying CAPM and APT", ***Journal of Finance***, No. 43, (1988), pp. 881–892.
۹. دارایی بتا صفر (zero-beta Asset)، یک دارایی است که نسبت به هیچ یک از عوامل حساسیت ندارد. به‌عبارت دیگر bهای این دارایی همه برابر صفر هستند.

می‌گردد. γ_jها را می‌توان از طریق تفاوت بازدهی پرتفولیوهای پایه[1] و بازدهی بدون ریسک محاسبه نمود. یک پرتفولیوی پایه، پرتفولیویی است که نسبت به یکی از عوامل، درجهٔ حساسیتی برابر یک دارد و نسبت به سایر عوامل درجهٔ حساسیتی برابر صفر دارد. می‌توانیم یک پرتفولیو را با یک بردار $n\times 1$ نشان دهیم که هر مؤلفهٔ این بردار، وزن یکی از داراییها را در پرتفولیو نشان می‌دهد. چون جمع اوزان سرمایه‌گذاری شده در یک پرتفولیو باید همواره برابر یک باشد[2]، لذا جمع مؤلفه‌های بردار نشان‌دهندهٔ دارایی نیز برابر صفر خواهد بود. بنابراین می‌توانیم بردار مربوط به پرتفولیوی پایهٔ jام را w_j بنامیم. این پرتفولیو نسبت به عامل jام حساسیتی برابر یک و نسبت به سایر عوامل حساسیتی برابر صفر دارد. w_j یک بردار ستونی $n\times 1$ است که اگر آن را «ترانهاده»[3] و به صورت W_j^T نمایش دهیم یک بردار سطری $n\times 1$ به‌دست می‌آید. حال اگر رابطهٔ (۲َ) را از طرف چپ در W_j^T ضرب کنیم، خواهیم داشت:

$$W_j^T M = W_j^T \ell \gamma_\circ + W_j^T B\Gamma \qquad (۳)$$

اما داریم:

$$W_j^T \ell = \sum_{j=1}^{n} w_j = 1$$

چرا که مجموع اوزان داراییها در یک پرتفولیو برابر یک است و

$$W_j^T B = \left[w_1,\dots,w_n\right]\begin{bmatrix} b_{11},\dots,b_{1k} \\ \dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots \\ b_{n1},\dots,b_{nk}\end{bmatrix} = \left[w_1 b_{11} + \dots + w_n b_{n1},\dots, w_1 b_{1k} + \dots + w_n b_{nk}\right]$$

---

[1]. Basis Portfolios.

[2]. وزن هر دارایی در یک پرتفولیو، درصدی از کل وجوه سرمایه‌گذاری شده در پرتفولیو است که به آن دارایی اختصاص داده شده است. جمع این درصدهای سرمایه‌گذاری باید برابر ۱۰۰ درصد کل وجوه؛ یعنی برابر یک باشد.

[3]. Transpose: یعنی تعویض جای سطرهای یک ماتریس با ستون‌های آن.

و در آن $w_1b_{1m}+...+w_nb_{nm}$ همان میانگین وزنی درجات حساسیت داراییها نسبت به عامل mام می‌باشد و برابر درجهٔ حساسیت پرتفولیوی پایه jام نسبت به عامل mام است.[۱] چون بنا به تعریف پرتفولیوی پایهٔ jام فقط نسبت به عامل jام دارای درجهٔ حساسیت یک است و نسبت به بقیهٔ عوامل حساسیتی ندارد، پس مؤلفهٔ jام ماتریس سطری فوق برابر یک و بقیهٔ مؤلفه‌ها برابر صفر خواهد بود. این ماتریس سطری را u_j^T می‌نامیم، و بنابراین داریم:

$$W_j^T B\Gamma = u_j^T \Gamma = \gamma_j$$

از طرف دیگر $W_j^T M$ نیز میانگین وزنی بازدهی‌های مورد انتظار داراییهای تشکیل‌دهندهٔ پرتفولیوی پایه و بنابراین برابر بازدهی مورد انتظار پرتفولیوی پایه است که آن را با μ_j نشان دادیم. به این ترتیب رابطهٔ (۳) را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\mu_j = \gamma_\circ + \gamma_j, \Rightarrow \gamma_j = \mu_j - \gamma_\circ$$

یعنی γ_j عبارتست از تفاوت بازدهی پرتفولیوی پایه jام و بازدهی دارایی بدون ریسک که به آن پاداش ریسک نیز می‌گویند. حال اگر رابطهٔ (۲) را به صورت تساوی فرض کرده و μ_i را از آن بدست آورده و در رابطهٔ (۱) قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$r_{it} - \gamma_\circ = b_{i1}(\delta_{1t} + \gamma_1) + b_{i2}(\delta_{2t} + \gamma_2) + ... + b_{ik}(\delta_{kt} + \gamma_k) + e_{it}. \qquad (۴)$$

بنابراین اگر مدل APT برای متوسط بازدهی‌های یک دارایی در طول زمان درست باشد، آنگاه α_i که از رابطهٔ زیر بدست می‌آید، نباید از نظر آماری تفاوت معنی‌داری با صفر داشته باشد:

---

[۱]. درجهٔ حساسیت یک پرتفولیو نسبت به یک عامل برابر است با میانگین وزنی درجات حساسیت داراییهای تشکیل دهندهٔ آن پرتفولیو نسبت به آن عامل.

$$\alpha_i = \bar{r}_{it} - \left[\gamma_\circ + b_{i1}(\overline{\delta_{1t} + \gamma_1}) + b_{i2}(\overline{\delta_{2t} + \gamma_2}) + \ldots + b_{ik}(\overline{\delta_{kt} + \gamma_k})\right] \quad (۵)$$

که در این رابطه، خط‌های بالای پارامترها، میانگین پارامتر را نشان می‌دهند. به این ترتیب اگر در یک سری زمانی بازدهی واقعی دارایی iام را به‌دست آورده و از آن بازدهی بدون ریسک را کسر کنیم، برای هردوره $(r_{it} - \gamma_\circ)$ را خواهیم داشت. به‌همین ترتیب اگر در این دوره‌ها امتیازات عوامل (δها) را تخمین زده و به هر یک از آنها پاداش ریسک عامل (γی) مربوطه را اضافه کنیم، برای هر عامل در هر دوره عبارت $(\delta_{kt} + \gamma_k)$ را خواهیم داشت. اگر بین $(r_{it} - \gamma_\circ)$ها و $(\delta_{kt} + \gamma_k)$ها یک رگرسیون چند متغیره خطی تخمین بزنیم، خواهیم داشت:

$$r_{it} - \gamma_\circ = \alpha_i + b_{i1}(\delta_{1t} + \gamma) + b_{i2}(\delta_{2t} + \gamma_2) + \ldots + b_{ik}(\delta_{kt} + \gamma_k) + e_{it} \qquad (۶)$$

که α_i در آن عرض از مبدأ[1]، معادلهٔ رگرسیونی است و می‌تواند تحت آزمونهای آماری قرار گیرد.

به زبان ماتریسی رابطهٔ (۶) را می‌توانیم به‌شکل زیر بنویسیم:

$$R_t - \ell\gamma_\circ = A + B(\Delta_t + \Gamma) + E_t \qquad (\acute{۶})$$

که ماتریس‌های بکار رفته قبلاً تعریف شده‌اند، به‌جز بردار ستونی A که متشکل از عرض از مبدأهای خطوط رگرسیونی پیش گفته برای داراییهای مختلف است.

در ادامهٔ مقاله روشهای مختلفی را برای تخمین عوامل ریسک (δها) و پاداش‌های ریسک (γها) ارائه می‌دهیم؛ اما قبل از آن اجازه دهید مراحل آزمون APT را در عمل به اختصار شرح دهیم.

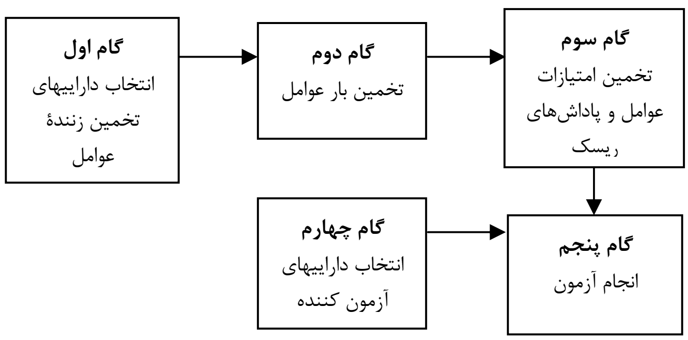
---

1. Intercept.

مراحل آزمون APT

در شکل (۱) مراحل آزمون APT در عمل ترسیم شده است. قبل از هر اقدامی باید دو سری دارایی انتخاب شوند (گامهای ۱ و ۴). یک‌سری از داراییها برای تخمین مقادیر حساسیتها یا به‌اصطلاح بارهای عوامل[1] (درگام دوم) سپس تخمین امتیازات عوامل و پاداشهای ریسک (درگام سوم) بکار می‌روند؛ که به آنها، داراییهای تخمین زنندهٔ عوامل می‌گوییم. سری دیگر داراییها برای آزمون درستی مدل APT بکار می‌روند که آنها را داراییهای آزمون‌کننده نام می‌نهیم. بهتر است داراییهای تخمین زننده عوامل از داراییهای آزمون‌کننده متفاوت باشند. این بدان معنا خواهد بود که عوامل ریسک بین این دو نوع داراییها مشترک هستند؛ یعنی عواملی که توسط یک‌سری از داراییها تخمین زده می‌شوند، می‌توانند برای یک‌سری دیگر از داراییها در راستی‌آزمایی APT بکار روند. برای اینکه واقعاً عواملی را بیابیم که بر همهٔ داراییها مؤثرند، لازم است تعداد داراییها و تنوع آنها برای تخمین این عوامل تا حد ممکن، زیاد باشد. «لهمن و مدست»[2] (۱۹۸۷) نشان دادند که تعداد داراییهای تخمین زننده، اثر قابل‌ملاحظه‌ای بر خصوصیات مدل تخمین زده شده، می‌گذارد.

نمودار ۱. مراحل آزمون APT در عمل



[1]. Factor Loadings
[2]. Bruce N. Lehmann and David M. Modest, "Mutual Fund Performance Evaluation: A Comparison of Benchmarks and Benchmark Comparisons", ***Journal of Finance***, Vol. 42, No. 2, (1987), pp. 233–265.

در گام دوم، با استفاده از داراییهای تخمین زنندهٔ عوامل، بار عوامل یا درجات حساسیت داراییها نسبت به هر یک از عوامل را اندازه‌گیری کرده و ماتریس B را تشکیل می‌دهیم. B یک ماتریس $n \times k$ است که هر سطر آن مربوط به درجات حساسیت یک دارایی نسبت به عوامل مختلف است.

در گام سوم، با استفاده از ماتریس بار عوامل (B) و داراییهای تخمین زنندهٔ عوامل، امتیازات عوامل (δها) و پاداش‌های ریسک (γها) بدست می‌آید. در بخش بعدی مقاله روشهای مختلف محاسبهٔ (δها) و (γها) توضیح داده شده است. گام پنجم پس از انتخاب داراییهای آزمون‌کننده و محاسبهٔ δها و γها، آزمون APT است. برای این کار متوسط ($\delta + \gamma$)ها و متوسط بازدهی (r_{it})ها در طول زمان برای هر دارایی را محاسبه کرده و با استفاده از رابطهٔ (۵)، α_i را بدست می‌آوریم. اگر α_i به‌لحاظ آماری تفاوت معنی‌داری با صفر داشته باشد، مدل APT رد می‌شود.

بطور کلی دو روش برای انتخاب عوامل وجود دارد. روش اول انتخاب عوامل از بین متغیرهای کلان اقتصادی و با استفاده از تجربهٔ محقق است. «چن، رل و راس»[1] (۱۹۸۶)، «برمیستر و وال»[2] (۱۹۸۶) و «چن، گرندی و استمباو»[3] (۱۹۹۰) این روش را به‌کار برده و متغیرهایی نظیر شاخص تولید صنعتی، تورم پیش‌بینی نشده، تغییر در تورم پیش‌بینی شده، پاداش ریسک،[4] پاداش سررسید[5] و غیره را به‌عنوان عوامل انتخاب نمودند.

روش دوم بهره‌گیری از تکنیک‌های آماری برای پیدا کردن عوامل است. در این تکنیک‌ها با استفاده از بازدهی داراییها، پرتفولیوهایی تشکیل می‌گردد که این پرتفولیوها

1. Nai-Fu Chen, Richard R. Roll and Stephen A. Ross, "Economic Forces and the Stock Market", ***Journal of Business***, Vol. 59, No.3, (1986), pp. 383–404.
2. Edwin Burmeister, and K. Wall, "The Arbitrage Pricing Theory and Macroeconomic Factor Measures", ***Financial Review***, Vol. 21, (1986), pp. 1–20.
3. Nai-Fu Chen, Bruce Grundy and Robert F. Stambaugh, "Changing Risk, Changing Risk Premiums, and Dividend Yield Effects", ***Journal of Business***, Vol. 63, No. 1, (1990), pp. S51–S70.

۴. از طریق تفاوت بین بازدهی داراییهای ریسکی (نظیر اوراق قرضهٔ شرکتها) و داراییهای بدون ریسک (نظیر اوراق خزانهٔ دولتی) محاسبه می‌شود.

۵. معمولاً داراییهای دارای سررسید طولانی‌تر بازدهی بیشتری نسبت به داراییهای با سررسید کوتاهتر دارند که به آن پاداش سررسید گویند.

بتوانند بیشتر نوسانات بازدهی داراییها را توضیح دهند. این پرتفولیوها سپس به‌عنوان عوامل به‌کار می‌روند. «رل و راس»[1] (۱۹۸۰)، «چن»[2] (۱۹۸۳) و بعضی دیگر از محققان از روشهای آماری برای تعیین عوامل استفاده کرده‌اند.

انتخاب متغیرهای کلان اقتصادی این برتری را دارد که عوامل انتخابی دارای معنی هستندو می‌توان آنها را تفسیرکرد. مثلاً اگر نرخ ارز به‌عنوان‌یک عامل‌انتخاب شود و حساسیت یک دارایی نسبت به این عامل منفی و حساسیت یک دارایی دیگر نسبت به آن مثبت باشد، می‌توان علت آن را تفسیر نمود. مثلاً شرکتی که به واردات از خارج وابسته است احتمالاً حساسیتی منفی نسبت به نرخ ارز دارد؛ یعنی با افزایش نرخ ارز قیمت تمام شده نهاده‌های آن افزایش یافته و بازدهی آن کاهش می‌یابد. برعکس شرکتی که عمده محصولات خود را صادر می‌کند از افزایش نرخ ارز بهره می‌برد و لذا حساسیتی مثبت نسبت به نرخ ارز دارد.

علاوه بر روش انتخاب عوامل یکی از مسائل مهم در مدل APT پیدا کردن تعداد عوامل است. در این مدل فقط فرض شده که تعداد عوامل کم و کوچکتر از تعداد داراییهاست و از تعداد عوامل مؤثر بر داراییها صحبتی به میان نیامده است. «دریمز، فرند و گولتکین»[3] (۱۹۸۴) نشان دادند که با افزایش تعداد داراییها برای تخمین عوامل، تعداد عوامل رو به افزایش می‌گذارد و نتیجه گرفتند که تعداد عوامل برخلاف فرض می‌تواند کم نباشد. «ترزینکا»[4] (۱۹۸۶) نشان داد که گرچه تعداد عوامل با افزایش تعداد نمونه افزایش می‌یابد، ولی اولین عامل همچنان به‌عنوان مهمترین عامل باقی می‌ماند.از این مسئله شاید بتوان نتیجه گرفت که مدل یک عاملی صحیح بوده و عامل مورد نظر همان پرتفولیوی بازار است. «رل و راس»[5] (۱۹۸۴) عنوان می‌کنند که مهم تعداد عواملی است که بر قیمت داراییها

---

1. Richard R.Roll and Stephen A. Ross, "An Empirical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory", ***Journal of Finance***, No. 35, (1980), pp. 1073-1104.
2. Nai-Fu Chen, "Some Empirical Tests of the Theory of Arbitrage Pricing", ***Journal of Finance***, Vol. 38, (1983), pp. 1393-1414.
3. Phoebe Dhrymes, Irwin Friend and Mustafa Gultekin, "A Critical Re-Examination of the Empirical Evidence on the Arbitrage Pricing Theory", ***Journal of Finance***, Vol. 39, No. 2, (1984), pp. 323-346.
4. Charles A. Trzcinka, "On the Number of Factors in the Arbitrage Pricing Model", ***Journal of Finance***, Vol. 41, No. 2, (1986), pp. 347-368.
5. Richard R.Roll and Stephen A. Ross, "A Critical Reexamination of the Arbitrage Pricing Theory: A Reply", ***Journal of Finance***, No. 39, (1984), pp. 347-350.

مؤثرند نه تعداد عواملی که از روشهای آماری حاصل می‌شوند. در هر حال هیچ پاسخ روشنی در مورد تعداد عوامل وجود ندارد و محققان معمولاً یک، پنج و یا ده عامل را در تحقیقات خود بکار می‌برند. «لهمن و مدست»[۱] (۱۹۸۷) نشان دادند که از بین همهٔ مواردی که باید دربارهٔ آنها تصمیم‌گیری کرد، چگونگی تصمیم‌گیری در مورد تعداد عوامل، کمترین اثر را بر تخمین مدل می‌گذارد.

در ادامه مقاله به چگونگی تخمین بار عوامل (یعنی ماتریس B)، امتیازات عوامل (یعنی δها) و پاداشهای ریسک (یعنی γها) می‌پردازیم.

تخمین بار عوامل، امتیازات عوامل و پاداشهای ریسک

همانطور که گفتیم دو روش کلی برای انتخاب عوامل وجود دارد. یکی بهره‌گیری از تجربهٔ محقق و انتخاب عوامل از بین متغیرهای کلان اقتصادی و دیگری بهره‌گیری از تکنیک‌های آماری؛ مانند تحلیل عوامل[۲] (FA) و تحلیل مؤلفهٔ اصلی[۳] (PCA) برای تعیین عوامل است. اگر از متغیرهای اقتصادی استفاده شود، آنگاه می‌توان ماتریس کوواریانس بین بازدهی داراییها ($\sum$)[۴] را به صورت زیر تفکیک نمود:

$$\sum = B\Omega B^T + \Phi, \qquad (۷)$$

که در آن B همان ماتریس بار عوامل است و Ω ماتریس $k\times k$ حاوی کوواریانس بین عوامل و Φماتریس $n\times n$ حاوی کوواریانس بین باقیمانده‌ها است. چون در تکنیک‌های

---

[1]. Bruce N. Lehmann and David M. Modest, ***Op.Cit***, (1987).

[2]. Factor Analysis.

[3]. Principle Component Analysis.

[۴]. $\sum$ یک ماتریس $n\times n$ است. مؤلفهٔ اول آن کوواریانس بین بازدهی دارایی اول با خودش یعنی همان واریانس بازدهی دارایی اول است. مؤلفهٔ دوم از سطر اول، کوواریانس بین بازدهی دارایی اول و بازدهی دارایی دوم است و الی آخر. بنابراین قطر اصلی این ماتریس واریانس بازدهی داراییهای مختلف بوده و این ماتریس نسبت به قطر اصلی آن قرینه بوده و بنابراین ترانهاده‌اش با خودش برابر است. کوواریانس بین دو دارایی i و j را به‌صورت σ_{ij} نشان می‌دهند.

آماری، عوامل به‌گونه‌ای انتخاب می‌شوند که با یکدیگر همبستگی نداشته و واریانسی برابر یک داشته باشند، لذا کوواریانس عوامل با یکدیگر صفر بوده و بنابراین ماتریس Ω یک ماتریس یکه خواهد بود؛ یعنی همهٔ مؤلفه‌های واقع بر قطر اصلی آن برابر یک و بقیه مؤلفه‌ها صفر هستند، لذا رابطهٔ (۷) به‌صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$\sum = BB^T + \Phi. \tag{۸}$$

در هر حال با استفاده از رابطهٔ (۷) می‌توان ماتریس کوواریانس باقیمانده‌ها را به‌صورت $\Phi = \sum - B\Omega B^T$ و با استفاده از رابطهٔ (۸) به‌صورت $\Phi = \sum - BB^T$ محاسبه نمود. امّا قبل از محاسبه Φ لازم است B ؛ یعنی بار عوامل را تخمین بزنیم. بسته به اینکه عوامل، متغیرها، کلان اقتصادی باشند و یا از طریق تکنیک‌های آماری تعیین شده باشند، روش تخمین B متفاوت خواهد بود که هر یک را در زیر شرح می‌دهیم:

- اگر عوامل، متغیرهای کلان اقتصادی باشند، اندازهٔ این متغیرها را در دوره‌های مختلف مورد بررسی بدست می‌آوریم، آنگاه متوسط این متغیرها را در این دوره‌ها محاسبه می‌کنیم و اختلاف بین اندازهٔ متغیرهای اقتصادی از متوسط آنها را به عنوان امتیازات عوامل در نظر می‌گیریم.[۱] حال بین امتیازات هر عامل در طول زمان و اختلاف بازدهی داراییها از متوسط آنها در طول زمان یک رگرسیون سری زمانی تخمین می‌زنیم. ضرایب رگرسیونی هر یک از امتیازات عوامل، تخمینی از بار عوامل (b_{ij}) برای آن دارایی هستند. (به رابطهٔ ۱ توجه نمایید)
- اگر عوامل از طریق تکنیک‌های آماری بدست آیند، آنگاه از طریق تکنیک تحلیل عوامل (FA) بار عوامل (ماتریس B) قابل تخمین خواهد بود.

---

۱. قبلاً گفتیم که میانگین امتیازات عوامل در مدل APT بنا به‌فرض صفر است. در اینجا نیز متوسط انحرافات از میانگین متغیرهای کلان اقتصادی صفر خواهد بود.

پس از تخمین ماتریس‌های B و Φ در مرحلهٔ بعد باید δها و γها یا $(\delta+\gamma)$ها را تخمین زد. با توجه به اینکه b_{ij}ها (مؤلفه‌های ماتریس B) را از مرحلهٔ قبل در اختیار داریم، می‌توانیم با استفاده از رگرسیون، روابط (۱) یا (۴) را تخمین زده و به ترتیب δها یا $(\delta+\gamma)$ها را بدست آوریم. این رگرسیون‌ها در هر مقطع زمانی برای کل داراییها اخذ می‌شوند. در رگرسیون رابطهٔ (۴)، $\gamma_\circ$ هم بدست می‌آید. رگرسیون‌ها در یک مقطع زمانی با استفاده از روش حداقل مربعات تعمیم داده شده[1] (GLS) بدست می‌آیند. برای تخمین δها در هر زمان t، با استفاده از این روش داریم:

$$\Delta_t = (B^T \Phi^{-1} B)^{-1} B^T \Phi^{-1} (R_t^T - \mu\ell). \qquad (۹)$$

که در آن همانطور که قبلاً گفتیم Δ_t یک بردار ستونی n×۱ حاوی δ_{it}ها و μ یک بردار ستونی n×۱ حاوی بازدهی‌های مورد انتظار (μ_iها) است (به‌جای بازدهی‌های مورد انتظار می‌توان از متوسط بازدهی‌ها $\bar{r}_{it}$ در طول زمان استفاده کرد.) و ℓ هم برداری n×۱ است که همهٔ مؤلفه‌هایش برابر یک می‌باشد. B و Φ نیز قبلاً تعریف شده‌اند. با تکرار رابطهٔ (۹) برای زمانهای مختلف امتیازات عوامل (δها) در زمانهای مختلف بدست می‌آید.

برای محاسبهٔ $(\delta+\gamma)$ها در هر زمان و از طریق رگرسیون رابطهٔ (۴) و با استفاده از روش GLS خواهیم داشت:

$$(\Delta_t + \Gamma) = (B^T \Phi^{-1} B)^{-1} B^T \Phi^{-1} R^T{}_t. \qquad (۱۰)$$

γ_0 هم در زمانهای مختلف از رابطهٔ زیر بدست می‌آید:

$$\gamma_{\circ t} = \bar{R}_t - \left[\bar{b}_1(\delta_{1t} + \gamma_1) + \bar{b}_2(\delta_{2t} + \gamma_2) + \ldots + \bar{b}_k(\delta_{kt} + \gamma_k)\right].$$

---

[1]. Generalized Least Squares (GLS)

که در آن $\overline{b}_j$ متوسط درجات حساسیت داراییهای مختلف نسبت به عامل j است و $\overline{R}_t$ نیز حاوی متوسط بازدهی داراییهای مختلف در زمان t می‌باشد.

نمونهٔ عملی

در این بخش از مقاله، مدل APT را که در دو قسمت قبل توضیح داده‌ایم، با استفاده از بازدهی واقعی سهام پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران آزمون می‌کنیم. برای این‌کار بازدهی ماهانه بیست شرکت فعال را در بیست ماه منتهی به پایان اسفندماه ۱۳۸۲ انتخاب می‌کنیم. [۱] این شرکتها را به دو دسته ده‌تایی شامل شرکتهای تخمین زننده عوامل، بار عوامل، امتیازات عوامل و پاداشهای ریسک و شرکتهای آزمون‌کننده، تقسیم می‌کنیم. جدول شماره (۱) این دو دسته از شرکتها و بازدهی ماهانهٔ آنها را در دورهٔ مورد بررسی نشان می‌دهد.

[۱]. انتخاب شرکتهای مذکور به صورت تصادفی نبوده است و سعی شده شرکتهایی انتخاب شوند که در این دوره به میزان قابل قبولی داد و ستد داشته‌اند.

جدول شماره ۱. بازدهی ماهانه شرکتهای انتخاب شده (درصد)

شرکتهای تخمین زننده										
ماه	توسعه معادن روی ایران	معدنی املاح ایران	موتوژن	تولیدی مهرام	صنعتی ناب	نفت بهران	نفت پارس	نورد آلومینیوم	نورد قطعات فولادی	نوش مازندران
مردادماه ۸۱	-6/17	-4/92	7/92	0/00	0/00	8/05	1/83	15/33	3/58	0/00
شهریورماه ۸۱	-8/59	0/00	-6/25	-18/75	0/00	-6/30	-3/67	7/69	0/37	22/14
مهرماه ۸۱	7/96	-4/99	2/59	2/77	-52/67	-8/50	-8/28	-5/59	9/04	10/53
آبانماه ۸۱	-2/27	-4/91	0/26	17/57	6/63	15/15	10/01	-0/89	9/86	23/15
آذرماه ۸۱	-3/05	4/99	-2/78	9/16	19/80	2/09	2/02	9/76	45/42	24/92
دیماه ۸۱	-2/73	-2/68	3/16	-10/64	-8/39	1/85	6/51	-9/22	-4/98	-6/74
بهمن ماه ۸۱	-6/38	-1/57	-5/19	-14/93	-11/89	-5/93	-4/57	1/59	-30/05	0/48
اسفندماه ۸۱	1/82	-13/39	0/19	-13/19	-7/86	-7/39	-2/23	-3/61	7/95	-1/10
فروردین ماه ۸۲	-7/59	0/48	7/85	-2/38	16/62	1/73	8/29	-3/07	10/78	0/06
اردیبهشت ماه ۸۲	26/18	5/70	-8/02	13/04	10/34	-3/71	-4/86	32/05	8/68	0/00
خردادماه ۸۲	-8/12	0/00	4/82	-8/44	25/90	-4/06	-12/86	1/56	-0/02	-5/42
تیرماه ۸۲	-6/83	7/73	-3/18	5/02	-16/53	-2/76	8/74	2/31	4/33	9/80
مردادماه ۸۲	0/00	17/78	0/41	0/00	0/00	-0/02	-7/91	8/27	4/46	52/72
شهریورماه ۸۲	0/00	0/00	-6/92	0/00	0/00	-3/21	-5/00	4/97	0/00	29/73
مهرماه ۸۲	0/00	-0/36	-2/23	-7/58	0/00	3/84	-5/41	-11/51	3/16	-7/19
آبانماه ۸۲	28/35	0/36	1/79	-10/80	-1/85	13/48	7/08	14/14	-1/16	0/42
آذرماه ۸۲	-13/51	0/00	-1/19	-10/83	41/60	3/58	4/75	-4/79	0/00	6/24
دیماه ۸۲	8/90	-0/22	0/00	9/07	-2/29	-4/16	-3/68	-10/41	3/54	-4/61
بهمن ماه ۸۲	3/94	-0/42	0/00	-11/76	0/23	-3/74	11/18	-0/12	0/00	-0/15
اسفندماه ۸۲	95/57	-0/54	-13/95	-10/38	-0/75	6/72	-4/74	13/23	-4/83	-11/47

شرکتهای آزمون کننده										
ماه	ایران پویا	ایتالیران	صنعتی آما	افست	البرز دارو	آبسال	آبگینه	آهنگری تراکتورسازی	آلومتک	آذر آب
مردادماه ۸۱	0/00	0/00	0/76	87/22	14/51	-2/15	17/00	-3/29	-13/90	49/88
شهریورماه ۸۱	0/00	10/23	6/38	15/48	16/17	-1/50	-9/16	5/85	-9/79	20/62
مهرماه ۸۱	-5/49	26/01	-10/40	-4/51	-3/56	5/99	-9/43	-0/69	-1/55	-4/17
آبانماه ۸۱	-4/95	-2/69	0/59	-5/11	3/70	8/19	0/00	25/26	60/17	20/06
آذرماه ۸۱	-0/20	1/31	-0/59	-3/74	1/07	0/49	1/70	0/49	1/98	-7/64
دیماه ۸۱	-9/34	0/00	3/30	-10/84	2/47	2/16	6/52	-5/56	28/05	38/91
بهمن ماه ۸۱	-18/38	-5/27	-2/37	-0/20	11/16	-0/65	-3/34	0/35	-7/37	-3/83
اسفندماه ۸۱	0/00	1/39	-2/82	-0/20	-0/73	-1/04	-4/60	5/14	-11/28	4/96
فروردین ماه ۸۲	0/00	1/56	-7/09	10/43	2/38	7/46	13/45	-7/98	12/91	-0/17
اردیبهشت ماه ۸۲	8/82	16/03	1/47	-1/01	15/38	4/61	-4/41	21/23	-4/53	11/45
خردادماه ۸۲	-14/46	-10/07	3/23	-18/76	16/40	1/44	-3/14	-7/03	2/69	-4/11
تیرماه ۸۲	-51/90	-0/36	27/59	-11/43	6/32	-2/31	-9/37	30/70	2/82	46/96
مردادماه ۸۲	30/61	10/86	0/00	-18/28	0/00	7/87	-7/66	0/96	2/61	-0/02
شهریورماه ۸۲	75/17	-9/37	-2/28	-7/48	0/00	0/00	-0/20	0/00	2/64	-6/55
مهرماه ۸۲	87/81	5/01	-5/17	-7/02	0/00	0/00	0/00	-5/11	2/50	-12/28
آبانماه ۸۲	0/00	-13/52	3/34	60/20	-5/00	-7/47	-12/66	-3/58	2/78	0/44
آذرماه ۸۲	-25/11	0/12	-1/30	31/86	0/00	8/11	8/33	5/00	3/10	17/12
دیماه ۸۲	-2/64	0/48	-1/32	-0/57	-1/04	-6/06	2/21	4/47	3/15	0/00
بهمن ماه ۸۲	1/93	22/07	-0/30	0/00	0/00	5/34	0/00	-2/12	3/08	-26/11
اسفندماه ۸۲	-0/28	15/85	-1/01	0/00	-1/26	-6/52	0/00	0/00	2/90	11/67

گام دوم، تخمین بار عوامل است که با استفاده از تحلیل عاملی در نرم‌افزار MATLAB (از طریق روش ماکزیمم درست نمایی) صورت می‌پذیرد. اگر تحلیل عاملی را برروی داده‌های دستهٔ اول از جدول شماره (۱) برای پیدا کردن دو عامل بکار بریم، ماتریس بار عوامل (B) با ابعاد ۲×۱۰ بصورت جدول شماره (۲) حاصل می‌شود و بلافاصله از رابطهٔ (۸) ماتریس Φ بدست می‌آید.[1]

جدول شماره ۲. ماتریس بار عوامل

نام شرکت	بار عامل اول(b۱)	بار عامل دوم (b2)
توسعه معادن روی ایران	۰/۹٤۳۷	−۰/۳۲۳۲
معدنی املاح ایران	۰/۲۳۳۲	۰/٦٦٨٦
موتوژن	−۰/٦۲٥۸	−۰/۰٥٤۹
تولیدی مهرام	۰/۱۰۳۸	۰/٤۱۸۷
صنعتی ناب	−۰/۰۹۰۲	۰/۱٦٤۳
نفت بهران	۰/۲٥۳۷	−۰/۰۲۱
نفت پارس	−۰/۱۸٥۲	−۰/۰٥۱۲
نورد آلومینیوم	۰/٥۲٤۸	۰/۲۸٦
نورد قطعات فولادی	۰/۰۲۰٦	۰/۳۸٦۱
نوش مازندران	−۰/۰٥۲٦	۰/۸۰٤۷

[1]. برای این منظور ابتدا باید ماتریس کوواریانس بازدهی‌ها ($\sum$) از طریق نرم‌افزار MATLAB محاسبه شود.

جدول شماره ۳. امتیازات عوامل،پاداشهای ریسک و بازدهی بدون ریسک برآورد شده

ماه	$\delta_1+\gamma_1$	$\delta_2+\gamma_2$	γ_0
مردادماه ۸۱	-1/0098	-6/4849	4/1521
شهریورماه ۸۱	4/4096	-5/5025	-0/5787
مهرماه ۸۱	-3/5291	-3/0269	-3/628
آبانماه ۸۱	1/4568	-10/0337	9/5763
آذرماه ۸۱	3/5988	6/5055	9/3467
دیماه ۸۱	-1/3265	-2/3607	-2/6999
بهمن ماه ۸۱	4/3124	-6/6385	-6/8166
اسفندماه ۸۱	-2/8576	-19/5694	0/8989
فروردین ماه ۸۲	-11/4376	4/5656	3/5254
اردیبهشت ماه ۸۲	3/1015	4/8535	6/4852
خردادماه ۸۲	-5/1001	0/5054	-0/2046
تیرماه ۸۲	1/7068	12/5713	-2/1932
مردادماه ۸۲	-9/3281	23/091	3/3607
شهریورماه ۸۲	0/9032	-5/5285	3/1154
مهرماه ۸۲	11/5001	-1/9507	-3/579
آبانماه ۸۲	1/9475	-2/8139	5/6029
آذرماه ۸۲	-1/0568	-3/7474	3/5584
دیماه ۸۲	-5/0154	2/2887	-0/3431
بهمن ماه ۸۲	-7/1267	0/0847	0/6987
اسفندماه ۸۲	5/1514	-10/3049	8/6523
میانگین	**-0/485**	**-1/175**	**1/9465**

در گام سوم با در دست داشتن B و Φ، می‌توان ماتریس $\Delta_t + \Gamma$ را از رابطهٔ (۱۰) بدست آورد. دقت شود که در این رابطه R_t^T یک ماتریس ۲۰×۱۰ حاوی بازدهی سهام

شرکتهای تخمین زننده در زمانهای مختلف است که هر سطر آن بازدهی یک شرکت را در بیست ماه مورد بررسی نشان می‌دهد. لذا ماتریس $\Delta_t + \Gamma$ یک ماتریس ۲۰×۲ خواهد بود که هر سطر آن، جمع امتیاز و پاداش ریسک هر عامل ($\delta_i + \gamma_i$) را برای هر ماه نشان می‌دهد. در ادامه، با استفاده از رابطهٔ (۱۱) مقادیر γ_{ot} را که نشان‌دهندهٔ بازدهی بدون ریسک در هر ماه است، بدست می‌آوریم. جدول شماره (۳) نتایج را بصورت ترانهاده شده نشان می‌دهد.

در گام پنجم با استفاده از برآوردهایی که تاکنون انجام داده‌ایم، مدل APT را در دستهٔ دوم شرکتها آزمون می‌کنیم. با استفاده از رابطهٔ (۵)، α_i برای شرکتهای مختلف بدست می‌آید. $\frac{\alpha_i}{s_{\bar{r}_i}}$ دارای توزیـــع t-استیودنت با n-۱ درجهٔ آزادی است.[1] نتایج α_i، آمارهٔ آزمون و مقادیر نقطهٔبحرانی برای $t_{19,\%5}$،در جدول شمارهٔ (۴) آمده است. همانطور که مشاهده می‌شود، آمارهٔ آزمون برای هیچ‌یک از شرکتها در ناحیهٔ بحرانی قرار نگرفته و لذا فرض صفر $\alpha_i = ۰$ و در نتیجه مدل APT برای این شرکتها رد نمی‌شود. بنابراین نتیجه می‌گیریم که مدل APT برای این مجموعه از داده‌ها تناسب دارد.

گفتنی است که در آزمون فوق، تعداد شرکتهای انتخاب شده نسبت به کل شرکتها بسیار کم است و به‌علاوه چنانچه از یک عامل برای انجام آزمون بهره بگیریم نتایج بهتری حاصل می‌شود. به‌هر حال مثال فوق برای نشان دادن مراحل آزمون در عمل ارائه شده است و نتایج آن نیز قابل تعمیم یا تفسیر نیست.

---

[1]. با فرض اینکه r_i توزیع نرمال داشته باشد، آنگاه $\bar{r}_i$ نیز توزیع نرمال دارد لذا $\frac{\bar{r}_i - \mu_{\bar{r}_i}}{s_{\bar{r}_i}}$ دارای توزیع t – استیودنت با n-۱ درجهٔ آزادی است. صورت این کسر با α_i معادل است لذا $\frac{\alpha_i}{s_{\bar{r}_i}}$ نیز همان توزیع را دارد؛ همچنین: $s_{\bar{r}_i} = \frac{s_{r_i}}{\sqrt{n}}$.

جدول شماره ۴. نتایج آزمون

نام شرکت	a_i	$S_{\bar{r}i}$	آماره آزمون	مقدار بحرانی
ایران پویا	1/7114	6/917153	0/247414	1/72
ایتالیران	2/4331	2/345421	1/037383	1/72
صنعتی آما	-1/7136	1/653632	-1/03626	1/72
افست	4/3987	5/854016	0/751399	1/72
البرز دارو	2/1014	1/543859	1/361135	1/72
آبسال	-0/6505	1/103857	-0/5893	1/72
آبگینه	-2/8341	1/716683	-1/65092	1/72
آهنگری تراکتورسازی	1/8491	2/368438	0/780725	1/72
آلوم تک	2/6658	3/556895	0/749474	1/72
آذرآب	6/8335	4/40301	1/552006	1/72

نتیجه‌گیری

در پاسخ به انتقادات مطرح شده دربارهٔ مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای، راس[1] (۱۹۷۶) تئوری قیمت‌گذاری مبتنی بر آربیتراژ را پیشنهاد نمود. در این تئوری برعکس مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای، لزومی به مشاهدهٔ پرتفولیوی بازار نیست. در ضمن این تئوری نسبت به مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای مفروضات کمتری دارد. مهمترین فرض این تئوری، نبود آربیتراژ در بازار است.

در تئوری قیمت‌گذاری مبتنی بر آربیتراژ مشابه مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای، قیمت دارایی با توجه به میزان ریسک دارایی تعیین می‌شود، با این تفاوت که به جای یک عامل (پرتفوی بازار)، چندین عامل، ریسک یک دارایی را توضیح می‌دهند. بنا به فرض تعداد این عوامل -که عوامل ریسک نامیده می‌شوند- به نسبت تعداد داراییها، کم است. هر دارایی درجهٔ حساسیت مخصوص به خود را نسبت به هر یک از این عوامل دارد که به آنها بار عوامل

1. Stephen A. Ross, ***Op. Cit***, (1976).

گفته می‌شود. رابطهٔ بین بازدهی مورد توقع دارایی و بار عوامل، خطّی است و در این رابطهٔ خطّی(رابطهٔ ۲)، ضریب بار عوامل (یعنی γها) پاداش ریسک همان عامل است.پاداش ریسک هر عامل برابر تفاوت بازدهی پرتفولیوی پایهٔ آن عامل با بازدهی بدون ریسک است. پرتفولیوی پایهٔ هر عامل، پرتفولیویی است که نسبت به عامل مربوطه، حساسیتی برابر یک دارد و نسبت به بقیهٔ عوامل حساسیتی ندارد. بنابراین بر هر پرتفولیوی پایه فقط یک عامل ریسک مؤثر است و تفاوت بازدهی آن با بازدهی بدون ریسک، چیزی است که بابت پذیرش همان ریسک پرداخت می‌شود.

برای آزمون تئوری ارزشیابی مبتنی بر آربیتراژ، چندین مرحله را باید طی کرد. ابتدا باید داراییها به دو قسمت تقسیم شوند، یک قسمت از داراییها جهت تخمین پارامترها و قسمت دیگر برای آزمون مدل براساس پارامترهای تخمین زده شده، بکار می‌روند. مراحل انجام در بخش «ج» توضیح داده شده است.

تئوری قیمت‌گذاری مبتنی بر آربیتراژ، عوامل ریسک و تعداد آنها را معرفی نمی‌کند. محقق می‌تواند با تکیه بر تجربیات خویش، تعدادی از متغیرهای کلان اقتصادی را به عنوان عوامل ریسک انتخاب کند. یک راه دیگر استفاده از تکنیک‌های آماری برای تعیین این عوامل است. در هر حال بنا به فرض، عوامل نباید به یکدیگر وابسته باشند. استفاده از تکنیک‌های آماری ما را از وابسته نبودن عوامل مطمئن می‌سازد، ولی تفسیر نتایج بدست آمده از این تکنیک‌ها بسیار پیچیده‌تر است؛ در عوض معنی و تأثیر متغیرهای کلان اقتصادی را بر قیمت داراییها، به راحتی می‌توان توضیح داد. چگونگی تخمین پارامترهای مورد نیاز برای انجام آزمون در بخش «د» آمده است.

در بخش«هـ» مدل APT را برای تعدادی از شرکتهای پذیرفته شده در بورس تهران، آزمون نموده‌ایم. اطلاعات بازدهی ماهانه ده شرکت بین مرداد ماه ۱۳۸۱ تا اسفند ماه ۱۳۸۲، برای تخمین پارامترهای این مدل بکار گرفته شده‌اند. با استفاده از تکنیک‌ها آماری و بهره‌گیری از نرم‌افزار کامپیوتری، دو عامل ریسک برای این گروه از شرکتها در نظر گرفته شد و حساسیت هر شرکت نسبت به هر یک از این دو عامل(مطابق آنچه در جدول شماره ۲ آمده است)، سنجیده شد. امتیازات عوامل، پاداشهای ریسک و بازدهی‌های بدون ریسک در

ماههای مختلف تخمین زده شدند که در جدول (۳) گـزارش شـده‌اسـت. بـا اسـتفاده از ایـن پارامترهای تخمین زده شده، مدل، در مورد بازدهی‌های ماهانهٔ ده شرکت دیگر در همان بـازهٔ زمانی، آزمون گردید. نتایج آزمون مطابق جدول شماره(۴)، مدلAPT را بـرای ایـن گـروه از شرکتها تأیید می‌نماید.

پی‌نوشتها:

۱. راعی، رضا و تلنگی، احمد. **مدیریت سرمایه‌گذاری پیشرفته**. تهران: سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاهها، ۱۳۸۳.

۲. جانسون، ریچارد آ. و ویچرن، دین دبلیو. ***تحلیل آماری چند متغیری کاربردی***. ترجمهٔ حسینعلی نیرومند، مشهد: انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد، ۱۳۸۴.

۳. محسنی دمنه، قاسم. «چگونگی آزمون مدل ارزشیابی داراییهای سرمایه‌ای». ***حسابرس***، شماره ۳۳، ۱۳۸۵، صص ۹۱-۸۴.

۴. هاگن، رابرت. ***تئوری نوین سرمایه‌گذاری***. ترجمهٔ علی پارسائیان و بهروز خدارحمی، تهران: انتشارات ترمه، ۱۳۸۴.

5. Burmeister, Edwin, and Wall, K. "The Arbitrage Pricing Theory and Macroeconomic Factor Measures"., ***Financial Review***, Vol. 21, (1986): 1–20.

6. Chen, Nai-Fu. "Some Empirical Tests of the Theory of Arbitrage Pricing"., ***Journal of Finance***, Vol. 38, (1983): 1393–1414.

7. Chen, Nai-Fu., Grundy, Bruce., and Stambaugh, Robert F. "Changing Risk, Changing Risk Premiums, and Dividend Yield Effects"., ***Journal of Business***, Vol. 1, No. 63, (1990): S51–S70.

8. Chen, Nai-Fu, and Ingersoll, Jonathan. "Exact Pricing in Linear Factor Models with Finitely Many Assets: A Note"., ***Journal of Finance***, Vol. 38, (1983): 985–988.

9. Chen, Nai-Fu., Roll, Richard R. and Ross, Stephen A. "Economic Forces and the Stock Market"., ***Journal of Business***, Vol. 3, No.59, (1986): 383–404.

10. Connor, Gregory, "A Unified Beta Pricing Theory"., ***Journal of Economic Theory***, Vol. 34, (1984): 13–31.

11. Dhrymes, Phoebe, Friend, Irwin., and Gultekin, Mustafa. "A Critical Re-Examination of the Empirical Evidence on the Arbitrage Pricing Theory"., ***Journal of Finance***, Vol. 2, No. 39, (1984): 323–346.

12. Dybvig, Philip. "An Explicit Bound on Deviations from APT Pricing in a Finite Economy"., ***Journal of Financial Economics***, No. 12, (1983): 483–496.

13. Dybvig, Philip, and Ross, Stephen A. "Yes, the APT is Testable"., ***Journal of Finance***, Vol. 4, No. 40, (1985): 1173–1188.

14. Grinblatt, Mark, and Titman, Sheridan. "Factor Pricing in a Finite Economy"., ***Journal of Financial Economics***, No. 12, (1983): 497–507.

15. Lehmann, Bruce, and Modest, David. "The Empirical Foundations of the Arbitrage Pricing Theory"., ***Journal of Financial Economics***, No. 21, (1988): 213–254.

16. Lehmann, Bruce N., and Modest, David M. "Mutual Fund Performance Evaluation: A Comparison of Benchmarks and Benchmark Comparisons"., ***Journal of Finance***, Vol. 2, No. 42, (1987): 233–265.

17. Nicholson, W. Keith. ***Elementary Linear Algebra***. Mc Graw-Hill Ryerson, 1st Ed., 2001.

18. Robin, Ashok J., and Shukla, Ravi K. "The Magnitude of Pricing Errors in the Arbitrage Pricing Theory"., ***Journal of Financial Research***, No. 14, (1991): 65–82.

19. Roll, Richard R., and Ross, Stephen A. "An Empirical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory"., ***Journal of Finance***, No. 35, (1980): 1073–1104.

20. Roll, Richard R., and Ross, Stephen A. "A Critical Reexamination of the Arbitrage Pricing Theory: A Reply"., ***Journal of Finance***, No. 39, (1984): 347–350.

21. Ross, Stephen A. "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing"., ***Journal of Economic Theory***, No. 13, (1976): 341–360.

22. Shanken, Jay. "The Arbitrage Pricing Theory? It is Testable"., ***Journal of Finance***, No. 37, (1982): 1129–1140.

23. Trzcinka, Charles A. "On the Number of Factors in the Arbitrage Pricing Model"., ***Journal of Finance***, Vol. 2, No. 41, (1986): 347–368.

24. Wei, K. C. John. "An Asset-Pricing Theory Unifying CAPM and APT"., ***Journal of Finance***, No. 43, (1988): 881–892.

پیوست:

مفهوم عمود بودن دو متغیر تصادفی

اگر $A = [\ q_1, q_2, ..., q_n\ ]$ و $B = [\ b_1, b_2, ..., b_n\ ]$ دو بردار باشند، آنگاه حاصلضرب داخلی آنها برابر است با:

$$AB = q_1 b_1 + ... + q_n b_n \qquad \text{(الف)}$$

از طرف دیگر قدر مطلق حاصلضرب داخلی دو بردار A و B برابر است با:

$$|A.B| = \|A\|.\|B\| \cos\alpha \qquad \text{(ب)}$$

که در آن $\|A\|$ و $\|B\|$ به ترتیب اندازه‌های بردارهای A و B هستند و α زاویهٔ بین دو بردار را نشان می‌دهد. حال اگر دو بردار بر هم عمود باشند، آنگاه زاویهٔ بین آنها ۹۰ درجه است. بنابراین $\cos\alpha = 0$ است و در نتیجه $|A.B| = 0$ می‌شود. بالعکس اگر حاصلضرب داخلی دو بردار غیر صفر برابر صفر باشد، آن دو بردار برهم عمودند.

می‌دانیم که امید ریاضی حاصلضرب دو متغیر تصادفی به‌صورت ذیل است:

$$E(XY) = \sum_x \sum_y p(x, y).X.Y \qquad \text{(ج)}$$

که در آن P(X Y) احتمال توأم دو متغیر X و Y است. اگر فضای نمونهٔ X و Y و P(X ,Y) را داشته باشیم، آنگاه بسط رابطهٔ (ج) به‌صورت رابطهٔ (الف) خواهد بود. یعنی :

$$E(XY) = X_1.Y_1.P(X_1, Y_1) + X_2.Y_2 p(X_2, Y_2) + ... + X_n.Y_n p(X_n, Y_n)$$

با توجه به مطالب پیش گفته وقتی E(XY) برابر صفر باشد، آنگاه X و Y بر هم عمودند.