

## برآورد پرتفوی بهینه سرمایه‌گذاری با استفاده از دو الگوی ارزش در معرض ریسک (VaR) و ریزش مورد انتظار (ES): رهیافت GARCH-EVT-Copula<sup>۱</sup>

رضا طالبلو\* و محمدمهدی داودی\*\*

تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۰۸/۲۷ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۸/۲۷

### چکیده

در این مقاله پرتفوی بهینه سرمایه‌گذاری شامل ۴ شاخص مالی، شیمیایی، دارویی و خودرو برآورد شده است. برای بررسی ساختار وابستگی بین دارایی‌ها از الگوهای مختلف خانواده کاپولا، برای مدل‌سازی تلاطم‌های بازده دارایی‌ها از الگوهای مختلف خانواده گارچ و به منظور مدل‌سازی دم‌های توزیع از الگوی نظریه ارزش فرین استفاده شده است. همچنین برای محاسبه ریسک پرتفوی دارایی از الگوی ریزش مورد انتظار استفاده شده است. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد شاخص شیمیایی بیشترین وزن را در الگوی بهینه سرمایه‌گذاری به خود اختصاص می‌دهد. همچنین برای رسیدن به بازده بیشتر (و البته به شرط تحمل ریسک بالاتر)، می‌توان وزن شاخص دارویی را در پرتفوی دارایی افزایش داد. شاخص خودرو نیز به دلیل نوسانات بسیار بزرگ در هیچ‌یک از پرتفوی‌های سرمایه‌گذاری وزن قابل توجهی ندارد. نتایج آزمون شارپ نیز نشان داد که دو الگوی کاپولای فرانک و گامبل در متنوع‌سازی پرتفوی سرمایه‌گذاری کارا تر عمل کردند.

طبقه‌بندی JEL: C14، C32، G11، G15.

کلیدواژه‌ها: تابع کاپولا، بهینه‌سازی پرتفوی سرمایه‌گذاری، ریزش مورد انتظار، نظریه ارزش فرین، آزمون شارپ.

<sup>۱</sup> پژوهش انجام شده تحت حمایت معاونت پژوهشی دانشگاه علامه طباطبائی و از تیم تحقیقاتی هسته پژوهشی «مالیه شرکتی، قیمت‌گذاری دارایی‌ها و ریسک در اقتصاد مالی» است.

\* استادیار علوم اقتصادی، دانشکده اقتصاد دانشگاه علامه طباطبائی، پست الکترونیکی: Talebloo.r@atu.ac.ir

\*\* کارشناس ارشد، علوم اقتصادی، دانشکده اقتصاد دانشگاه علامه طباطبائی، نویسنده مسئول،

Mdavoudi70@gmail.com

پست الکترونیکی:

۱- مقدمه

یکی از مهم‌ترین مباحث در حوزه مطالعات مالی، بهینه‌سازی سبد دارایی است. سرمایه‌گذاران ریسک‌گریز مایلند با تحمل حداقل ریسک به بیشترین بازده دست پیدا کنند. با توجه به نظریه نوین پرتفوی دارایی<sup>۱</sup>، سرمایه‌گذاران می‌توانند از طریق متنوع‌سازی سرمایه‌گذاری در دارایی‌هایی که همبستگی کمتری با یکدیگر دارند، ریسک کمتری را تحمل کنند.

در بسیاری از الگوها فرض بر این است که بازده دارایی‌ها از توزیع نرمال مشترک تبعیت می‌کند. بنابراین، وابستگی بین دارایی‌های مالی با ضریب همبستگی خطی توضیح داده شده و پرتفوی‌های دارایی کارا با الگوی بهینه‌سازی میانگین-واریانس مارکویتز<sup>۲</sup> (۱۹۵۲) محاسبه شده است. با این حال امبرجت و همکاران<sup>۳</sup> (۱۹۹۹ و ۲۰۰۲) و همچنین فریس و ریگوبون<sup>۴</sup> (۲۰۰۰) دریافتند که ضریب همبستگی خطی<sup>۵</sup> معیار خوبی را برای وابستگی بین دارایی‌ها ارائه نمی‌کند. در واقع امکان دارد که دارایی‌های مالی با یکدیگر وابستگی غیرخطی<sup>۶</sup> داشته باشند. در راستای غلبه بر این کاستی و برای الگوسازی ساختار وابستگی<sup>۷</sup> داده‌های چند متغیره، بدون در نظر گرفتن هیچ فرض خاصی برای توزیع حاشیه‌ای<sup>۸</sup>، نظریه کاپیولا<sup>۹</sup> معرفی شد. مزیت الگوی کاپیولا در جداسازی توزیع‌های حاشیه‌ای و ساختار وابستگی توزیع مشترک است.

همچنین با در نظر گرفتن الگوی کاپیولای ارشمیدسی<sup>۱۰</sup> می‌توان عدم تقارن<sup>۱۱</sup> و وابستگی در دم‌های فرین<sup>۱۲</sup> توزیع را توضیح داد. در راستای الگوسازی ساختار وابستگی بین بازده سری‌های زمانی مالی، پژوهشگران متعددی الگوی کاپیولای ارشمیدسی را به کار

- 
- 1- Modern Portfolio Theory
  - 2- Markowitz
  - 3- Embrechts and *et. al*
  - 4- Forbes and Rigobon
  - 5- Linear Correlation Coefficient
  - 6- Nonlinear Dependence
  - 7- Dependence Structure
  - 8- Marginal Distribution
  - 9- Copula Theory
  - 10- Archimedian Copula
  - 11- Asymmetry
  - 12- Extreme Tails

برآورد پرتفوی بهینه سرمایه‌گذاری با استفاده از دو الگوی ... ۹۳

گرفته‌اند (کاستینوت و همکاران)<sup>۱</sup> (۲۰۰۰)، پاتون<sup>۲</sup> (۲۰۰۴)، آنجل کانلا و کولازو<sup>۳</sup> (۲۰۰۶)، کول و همکاران<sup>۴</sup> (۲۰۰۵)، هو<sup>۵</sup> (۲۰۰۶)، رودریگز<sup>۶</sup> (۲۰۰۷)، دی ملو مندس و کولو<sup>۷</sup> (۲۰۰۸)، سان و همکاران<sup>۸</sup> (۲۰۰۹)، آلوی و همکاران<sup>۹</sup> (۲۰۱۱) و چولت و همکاران<sup>۱۰</sup> (۲۰۱۱).

الگوی واریانس نیز برای نشان دادن میزان ریسک پرتفوی دارایی سنجه قابل قبولی به نظر نمی‌رسد. از این رو، الگوی ارزش در معرض ریسک<sup>۱۱</sup> در پژوهش‌های بعدی جایگزین واریانس شد. با این حال، ارزش در معرض ریسک یک سنجه ریسک منسجم<sup>۱۲</sup> نیست. به عبارت دیگر، این الگو خاصیت زیر جمع‌پذیری<sup>۱۳</sup> را تامین نمی‌کند<sup>۱۴</sup> (برای مطالعه جزئیات بیشتر به آرتزner و همکاران<sup>۱۵</sup> (۱۹۹۹)، امبرچت و همکاران<sup>۱۶</sup> (۲۰۰۵) و گیلبو<sup>۱۷</sup> (۲۰۰۹) مراجعه شود). از این رو، برای غلبه بر این مشکل، الگوی ارزش در معرض ریسک شرطی<sup>۱۸</sup> یا ریزش مورد انتظار<sup>۱۹</sup> که یک سنجه ریسک منسجم است، معرفی شد. با توجه به مباحث مطرح شده در این پژوهش به تبعیت از کارماکار<sup>۲۰</sup> (۲۰۱۷) برای بهینه‌سازی پرتفوی دارایی از الگوی ریزش مورد انتظار و برای الگوسازی ساختار وابستگی

---

1- Costinot and *et. al*

2- Patton, A.

3- Angel Canela, M., Pedreira Collazo, E.

4- Kole, E. and *et. al*

5- Hu, L.

6- Rodriguez, J.C.

7- De Melo Mendes, B.V., Kolev, N.

8- Sun, W. and *et. al*

9- Aloui, A. and *et. al*

10- Chollete, L. and *et. al*

11- Value at Risk

12- Coherent Risk Measure

13- Sub-additive

۱۴ - خاصیت زیرجمع‌پذیری بیان می‌کند که ریسک یک پرتفوی دارایی باید از مجموع ریسک‌های مجزا کمتر و یا حداقل مساوی آن‌ها باشد؛ یعنی ادغام ریسک‌ها نباید باعث افزایش ریسک شود.

15- Artzner and *et. al*

16- Embrechts and *et. al*

17- Gilboa

18- Conditional Value at Risk

19- Expected Shortfall

20- Karmakar, M.

بین بازده دارایی‌ها از الگوهای مختلف کاپیولا استفاده شده است. همچنین برای مدل‌سازی توزیع بازده دارایی‌ها، نظریه ارزش فرین<sup>۱</sup> به کار گرفته شده است. نکته‌ای که در این مقاله قابل توجه است آن است که در اکثر مقالات فارسی از الگوهای کاپیولا برای پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک پرتفوی دارایی استفاده شده است، این در حالی است که در مقاله حاضر پرتفوی بهینه دارایی با استفاده از این الگو تخمین زده می‌شود.

به‌طور خلاصه مهم‌ترین آورده علمی و نوآوری این مقاله را می‌توان به‌صورت زیر

خلاصه کرد:

- برای چهار متغیر به‌صورت توامان، ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی به کار گرفته شده است، این در حالی است که در اکثر پژوهش‌های صورت گرفته مقادیر ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی برای دو متغیر محاسبه شده است.

- از الگوهای مختلف خانواده GARCH به‌منظور بررسی نوسانات سری‌های دارایی استفاده شده است.

- برای بررسی ساختار وابستگی بازدهی‌ها از ۵ الگوی مختلف کاپیولا شامل نرمال، تی استودنت، گامبل، فرانک و کلایتون استفاده شده است.

- از نظریه ارزش فرین برای الگوسازی دم‌های توزیع استفاده شده است.

ترتیب مباحث مطروحه در این مقاله به این صورت است که در بخش دوم پیشینه پژوهش‌های صورت گرفته در رابطه با مقاله حاضر مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. در بخش سوم ادبیات نظری و الگوی پژوهش ارائه می‌شود. در بخش چهارم داده‌های مورد استفاده، معرفی شده است. در بخش پنجم و ششم به ترتیب به نتایج تجربی و جمع‌بندی نتایج پژوهش پرداخته می‌شود. تمامی تخمین‌های این پژوهش به‌وسیله نرم‌افزار R برآورد شده است.

## ۲- پیشینه پژوهش

پس از اینکه امبرجت، مک‌نیل و استرامن<sup>۱</sup> (۲۰۰۲) محدودیت‌های الگوهای را که مبتنی بر همبستگی هستند، نشان دادند و الگوهای کاپیولا را به‌عنوان جایگزینی برای بررسی ساختار وابستگی متغیرهای مختلف معرفی کردند، پژوهشگران بسیاری به پیروی از آن‌ها برای الگوسازی ساختار وابستگی بازده سری‌های زمانی مالی به استفاده از الگوهای کاپیولا روی آوردند که در بررسی ساختار وابستگی مقادیر حدی بسیار کارا عمل می‌کنند. شولت و همکاران<sup>۲</sup> (۲۰۰۶)، هو<sup>۳</sup> (۲۰۰۶) و ماشال و زیوی<sup>۴</sup> (۲۰۰۲) نشان دادند که بین بازده سری‌های زمانی سهام وابستگی حدی نامتقارن<sup>۵</sup> وجود دارد. به‌عبارت‌دیگر، بازارهای سهام با وجود اینکه با یکدیگر سقوط می‌کنند با یکدیگر رونق پیدا نمی‌کنند.

یوندیو و راکینگنر<sup>۶</sup> (۲۰۰۶)، هوتا و همکاران<sup>۷</sup> (۲۰۰۸) و هوانگ و همکاران<sup>۸</sup> (۲۰۰۹) نیز از الگوی GARCH-Copula برای تخمین ارزش در معرض ریسک پرتفویی شامل چند شاخص سهام بین‌المللی استفاده کردند که نتایج آن را نسبت به الگوهای سنتی تخمین ارزش در معرض ریسک معتبرتر ارزیابی کردند. پاتون<sup>۹</sup> (۲۰۰۶) و ترسانالیوا و سیلواپول<sup>۱۰</sup> (۲۰۰۷) نیز نتایج بهتر تخمین وابستگی بین ارزش‌های مختلف را به‌وسیله الگوی GARCH-Copula گزارش کردند.

دنگ و همکاران<sup>۱۱</sup> (۲۰۱۱) با استفاده از الگوی ارزش در معرض ریسک شرطی (CVaR)، ریسک پرتفویی از ۴ نماد بازار سهام چین را برآورد کردند. همچنین با استفاده از الگوی Mean-CVaR پرتفوی بهینه این ۴ سهم را تخمین زدند. آن‌ها برای برآورد دقیق‌تر دم<sup>۱۲</sup> توزیع و ساختار وابستگی بین بازده سری‌های زمانی مالی به ترتیب از الگوی

---

1- Embrechts, P., Mcneil, A., and Straumann, D.

2- Cholle L. and *et. al*

3- Hu, L.

4- Mashal, R., and Zeevi, A.

5- Asymmetric Extreme Dependence

6- Jondeau, E. and Rockinger, M.

7- Hotta, L. K. and *et. al*

8- Huang, J. and *et. al*

9- Patton, A. J.

10- Tursunalieva, A. and Silvapulle, P.

11- Deng L, and *et. al*

12- Tail

EVT و Copula استفاده کردند. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که استفاده از الگوی Copula برای برآورد ساختار وابستگی و همچنین استفاده از الگوی Mean-CVaR به جای الگوی Meam-Variance می‌تواند منجر به برآوردهای دقیق‌تری از پرتفوی بهینه دارایی شود.

بوباگر و اسقایر<sup>۱</sup> (۲۰۱۳) با استفاده از الگوهای مختلف کاپیولا و سنجه ارزش در معرض ریسک شرطی پرتفوی بهینه‌ای برای دو گروه دارایی برآورد کردند که اولی شامل شاخص کک<sup>۲</sup> و شاخص داو جونز<sup>۳</sup> و گروه دوم شامل ارزهای دلار به یورو و ین به یورو بود. آن‌ها الگوی ARFIMA-FIGARCH که قابلیت در نظر گرفتن حافظه بلندمدت در الگو را دارد به عنوان فیلتری برای دارایی‌های مالی استفاده کردند. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که به کارگیری الگوی گامبل کاپیولا به جای همبستگی خطی ساده نتایج معتبرتری دارد. آن‌ها در نهایت نشان دادند عملکرد الگوی Mean-CVaR-Copula از الگوی Mean-Variance و Mean-CVaR در هر دو گروه دارایی بهتر است.

اوپاریاپانیتکول و همکاران<sup>۴</sup> (۲۰۱۴) با استفاده از الگوهای ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار، پرتفوی بهینه‌ای از ۴ نماد بازار سهام تایلند (SET50)<sup>۵</sup> را برآورد کردند. وی برای بررسی ساختار وابستگی بین دارایی‌ها از الگوی t-Copula و برای بررسی نوسانات بازده سری‌های مالی از الگوی GARCH استفاده شده است. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد الگوی t-Copula نتایج معتبری را برای ساختار وابستگی بین این دارایی‌ها نشان می‌دهد و پرتفوی بهینه به دست آمده از اعتبار بالایی برخوردار است.

کاکوریس و روستم (۲۰۱۴)<sup>۶</sup> با استفاده از الگوی کاپیولای نرمال و ۳ الگوی دیگر از خانواده کاپیولای ارشمیدسی<sup>۷</sup> الگویی ترکیبی به نام WCVaR<sup>۸</sup> را به عنوان سنجی از ریسک برای بهینه‌سازی پرتفوی دارایی معرفی کردند. آن‌ها با مقایسه عملکرد الگوهای

- 
- 1- Boubaker and Sghaier
  - 2- CAC 40 (Cotation Assistée en Continu)
  - 3- Dow Jones
  - 4- Autchariyapanitkul, K. and *et. al*
  - 5- (SET) Stock Exchange of Thailand in Bangkok
  - 6- Kakouris, L and Rustem, B.
  - 7- Archimedian Copulas
  - 8- Worst Case Conditional Value at Risk

بر آورد پرتفوی بهینه سرمایه‌گذاری با استفاده از دو الگوی ... ۹۷

مختلف در بهینه‌سازی پرتفویی شامل ۷ شاخص مالی بین‌المللی نشان دادند که الگوی ترکیبی ساخته شده (WCVaR) در مقایسه با الگوی Mean-CVaR و الگوی سنتی مارکوویتز، عملکرد بهتری دارد.

هان و همکاران<sup>۱</sup> (۲۰۱۷) به تبعیت از کاکوریس و روستم (۲۰۱۴) الگوهای مختلف بهینه‌سازی پرتفوی دارایی را بررسی کردند. آن‌ها با استفاده از الگوهای Copula-GARCH و DCC-GARCH-Copula پویایی‌های توزیع بازدهی‌های سری‌های زمانی مالی را الگوسازی کرده‌اند. در این مقاله با استفاده از ۱۰ دارایی مختلف از زیرمجموعه شاخص CSI300<sup>۲</sup> پرتفوی‌های مختلفی از الگوهای WCVaR و CVaR الگوسازی شده است. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که الگوهای کاپیولای نامتقارن عملکرد بهتری در الگوسازی ساختار وابستگی بین بازده دارایی‌های مالی به‌منظور بهینه‌سازی پرتفوی دارایی دارند و عملکرد الگوی WCVaR در مقایسه با سایر الگوهای رقیب معتبرتر است. کارماکار<sup>۳</sup> (۲۰۱۷) با استفاده از ۷ الگوی مختلف خانواده کاپیولا و الگوی ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار پرتفوی بهینه ۵ ارز مختلف نسبت به رویه هند را برآورد کرد. وی برای الگوسازی دم توزیع نیز از الگوی EVT و بررسی نوسانات بازده سری‌های زمانی مالی از ۳ الگوی EGARCH، TGARCH و PGARCH استفاده کرد. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که الگوهای کاپیولا قابلیت بسیار زیادی در تخمین وابستگی‌های حدی دارند که می‌توانند برای پیش‌بینی شرایط بحرانی بسیار پرکاربرد باشند. همچنین بازارهای مالی در اکثر مواقع با یکدیگر فرومی‌ریزند. این در حالی است که این بازارها در شرایط رونق با یکدیگر رشد نمی‌کنند. در بررسی پیشینه پژوهش‌های مرتبط فارسی مشاهده می‌شود که الگوهای مختلف خانواده کاپیولا برای تعیین ساختار وابستگی بین دارایی‌ها کمتر مورد استفاده قرار گرفته است. در ادامه نکات مهم مقالات فارسی در این زمینه بررسی شده است. در این بررسی سعی شده است تا تمامی مقالاتی که در رابطه با تخمین ارزش در معرض ریسک ساختار وابستگی بین بازده دارایی‌ها را با الگوی کاپیولا تعیین کرده‌اند، آورده شود.

---

1- Han, Y. and *et. al*

2- China Securities Index

3- Karmakar, M.

فلاح پور و باغبان (۱۳۹۳) با استفاده از الگوی ارزش در معرض ریسک شرطی و رهیافت کاپیولای نرمال پرتفوی بهینه دو فلز اساسی مس و طلا را الگوسازی کردند. پس از آن عملکرد این الگو را به وسیله معیار شارپ با عملکرد الگوی میانگین-واریانس مقایسه کردند. آن‌ها در نهایت نشان دادند که عملکرد الگوی کاپیولا نسبت به الگوی میانگین واریانس بهتر است. در این مقاله تنها برای دو متغیر، الگوسازی انجام و فقط از الگوی GARCH نرمال استفاده شده است. همچنین در این مقاله برای بررسی ساختار وابستگی بازدهی‌ها تنها از الگوی کاپیولای گوسی یا نرمال استفاده شده است.

راغفر و آجرلو (۱۳۹۵) با استفاده از الگوی خود رگرسیون همراه با ناهمسانی واریانس آستانه‌ای (GJR-GARCH) و همچنین نظریه مقدار فرین برای توزیع‌هایی که دم پهن دارند و توابع کاپیولا برای بررسی ساختار وابستگی یک پرتفوی دارایی استفاده کردند تا ارزش در معرض ریسک پرتفوی ارزی یک بانک نمونه را تخمین بزنند. آن‌ها در نهایت به کمک آزمون پس آزمایی کوپیک دریافتند که عملکرد الگوی ارزش در معرض ریسک با الگوی GEC<sup>۱</sup> نسبت به الگوهای شبیه‌سازی تاریخی و واریانس-کواریانس ساده بهتر است. مهم‌ترین مشکل این پژوهش عدم استفاده از الگوی ارزش در معرض ریسک شرطی به جای الگوی ارزش در معرض ریسک است، چراکه الگوی ارزش در معرض ریسک شرطی خاصیت زیرجمع پذیری را تامین می‌کند، اما الگوی ارزش در معرض ریسک این خاصیت را ندارد. همچنین به نظر می‌رسد برای الگوسازی ساختار وابستگی بین بازده دارایی‌ها امکان آن وجود داشت که از الگوهای دیگری به جز الگوی t-Copula بهره برده شود.

کشاوری و حیرانی (۱۳۹۳) ارزش در معرض ریسک پرتفوی شامل دو شاخص قیمتی محصولات شیمیایی و دارویی بورس تهران را محاسبه کردند. آن‌ها با استفاده از الگوی GARCH نوسانات و با استفاده از الگوی Copula ساختار وابستگی بین این دو دارایی را محاسبه کردند. یافته‌های این پژوهش حاکی از آن است که در مقایسه عملکرد الگوی Copula-GARCH، با سایر الگوهای متداول ارزش در معرض ریسک نظیر M-GARCH، DCC-GARCH، EWMA و شبیه‌سازی تاریخی، عملکرد الگوی

---

1- GARCH-EVT-Copula



Copula-GARCH کارایی بیشتری دارد. استفاده از الگوی ارزش در معرض ریسک شرطی، نظریه ارزش فرین برای الگوسازی دم بازده دارایی‌ها و الگوسازی برای بیش از دو متغیر از مواردی است که برای بهبود این مقاله پیشنهاد شده است.

پویان‌فر و احمدی (۱۳۹۵) با ترکیب نظریه ارزش فرین و الگوهای مختلف کاپیولا ارزش در معرض ریسک پرتفویی متشکل از ۳ نماد با بالاترین نقدشوندگی در صنعت پتروشیمی بورس اوراق بهادار تهران را اندازه‌گیری و نتایج حاصله را با الگوهای دیگر مقایسه کردند. نتایج پژوهش حاکی از برتری الگوی ترکیبی نسبت به الگوهای شبیه‌سازی تاریخی، پارامتریک و مدل ترکیبی واریانس ناهمسان شرطی تعمیم‌یافته و نظریه ارزش فرین است. در این مقاله نیز تنها از دو الگوی تی کاپیولا و کاپیولای نرمال یا گوسی استفاده شده است که برای بهبود آن استفاده از دیگر الگوهای خانواده کاپیولا نظیر کلایتون، گامبل و فرانک پیشنهاد می‌شود. همچنین برای پس‌آزمایی الگوهای تخمین زده شده، استفاده از الگوی کریستوفرسن نیز در کنار الگوی کوپیک به‌دقت پس‌آزمایی‌ها می‌افزود. در این مقاله نیز عدم استفاده از الگوی ارزش در معرض ریسک شرطی برای محاسبه ریسک پرتفوی دارایی از مشکلات مطرح شده در مورد روش انجام کار است.

موسوی و همکاران (۱۳۹۲) ارزش در معرض ریسک یک پرتفوی سهام نمونه شامل ۱۷ سهم مختلف را برآورد کرده‌اند. برای این منظور از روش گارچ کاپیولای شرطی استفاده شده است که ترکیبی از توزیع کاپیولا و تابع پیش‌بینی حاصل از مدل‌سازی گارچ است. نتایج تحقیق نشان می‌دهد که مدل کاپیولای گوسی با توزیع حاشیه‌ای نرمال و کاپیولای گوسی با توزیع حاشیه‌ای تی-استودنت عملکرد مناسبی نسبت به روش‌های شبیه‌سازی تاریخی و واریانس-کواریانس در برآورد ارزش در معرض ریسک دارند. در این پژوهش تنها از الگوی گارچ ساده برای پیش‌بینی تلاطم‌ها استفاده شده که برای بهبود آن پیشنهاد می‌شود از سایر الگوهای خانواده گارچ نیز استفاده شود. همچنین مانند مقاله پویان‌فر و احمدی (۱۳۹۵) برای مدل‌سازی ساختار وابستگی تنها از الگوهای کاپیولای نرمال و تی استودنت استفاده شده که می‌توانستند از سایر الگوهای خانواده کاپیولا نیز استفاده کنند. همچنین برای الگوسازی دم توزیع می‌توانستند از الگوی نظریه ارزش فرین بهره ببرند.

با وجود اینکه در سال‌های اخیر تلاش‌های قابل ملاحظه‌ای در پیشرفت الگوهای محاسبه ریسک و به تبع آن بهبود الگوسازی پرتفوی بهینه دارایی صورت پذیرفته است، هر یک از این پژوهش‌ها با محدودیت‌هایی در انجام کار مواجه بوده‌اند، از این رو، در این مقاله تلاش شده است به بررسی پرتفوی بهینه دارایی‌ها با بهره‌گیری از الگوی GARCH-EVT-Copula-CVaR پرداخته شود. برای رسیدن به این هدف برای بررسی ساختار وابستگی بین دارایی‌ها از الگوهای مختلف خانواده کاپیولا که شامل ۵ الگوی نرمال، تی استودنت، گامبل<sup>۱</sup>، فرانک<sup>۲</sup> و کلایتون<sup>۳</sup> می‌شود، استفاده شده است. همچنین برای مدل‌سازی تلاطم‌های بازده دارایی‌ها از الگوهای مختلف خانواده گارچ استفاده می‌شود. به منظور مدل‌سازی دم‌های توزیع نیز الگوی نظریه ارزش فرین به کار گرفته شده است. همچنین با توجه به اینکه الگوی ارزش در معرض ریسک ویژگی زیرجمع‌پذیری را تامین نمی‌کند برای محاسبه ریسک پرتفوی دارایی از الگوی ارزش در معرض ریسک شرطی یا ریزش مورد انتظار استفاده می‌شود.

### ۳- مباحث نظری

هدف از نگارش این مقاله، تخمین پرتفوی بهینه دارایی مشتمل از چهار شاخص بورس اوراق بهادار تهران (شاخص مالی، شاخص دارویی، شاخص خودرو و شاخص شیمیایی) است. برای این منظور جهت تخمین ریسک پرتفوی دارایی از الگوی ارزش در معرض ریسک شرطی یا ریزش مورد انتظار، برای تخمین نوسانات بازدهی سری‌های زمانی مالی از الگوهای مختلف خانواده GARCH، برای تخمین ساختار وابستگی از الگوهای خانواده کاپیولا و برای تخمین دم توزیع از نظریه ارزش فرین استفاده شده است. در ادامه مباحث نظری هر یک از این موارد مطرح شده است.

---

1- Gumbel  
2- Frank  
3- Clayton

### ۳-۱- الگوی ارزش در معرض ریسک (VaR) و ریزش مورد انتظار (ES)

یکی از معیارهایی که به‌طور متعارف برای اندازه‌گیری ریسک بازار در سرمایه‌گذاری به کار گرفته می‌شود، انحراف معیار قیمت آن دارایی است. با این وجود اگر فردی علاقه‌مند به دانستن بیشترین ریسک نامطلوب<sup>۱</sup> که در معرض آن قرار گرفته است، باشد، آنگاه معیار ارزش در معرض خطر، ابزار مناسب‌تری خواهد بود (نیسی و پیمانی، ۱۳۹۳). ارزش در معرض ریسک بیشترین میزان زیان بالقوه در ارزش سبد دارایی‌ها را با یک احتمال مشخص و یک افق زمانی معین محاسبه و در نهایت به‌صورت یک عدد گزارش می‌کند. به زبان ریاضی می‌توان VaR را به‌صورت رابطه (۱) نشان داد که  $p$  ارزش سبد دارایی در زمان صفر و  $p_1$  ارزش سبد در زمان یک است و  $\alpha$  نیز سطح معناداری آماری است.

$$\text{pr}[p_1 - p. \leq \text{VaR}] \leq \alpha \quad (1)$$

الگوی ریزش مورد انتظار نیز از الگوی ارزش در معرض ریسک به دست می‌آید. همان‌طور که می‌دانیم نام دیگر الگوی ریزش مورد انتظار، ارزش در معرض ریسک شرطی است. به این معنا که اگر مقدار بازده پرتفوی دارایی بیشتر از مقدار ارزش در معرض ریسک تخمین زده شده باشد، انتظار داریم این خطا چه مقدار باشد. به عبارت دیگر، الگوی ارزش در معرض ریسک شرطی مکمل الگوی ارزش در معرض ریسک است. الگوی ارزش در معرض ریسک شرطی معادل با امید ریاضی مقادیری است که بیش از مقدار ارزش در معرض ریسک تخمین زده شده باشد. اگر  $R$  دنباله‌ای از بازدهی پرتفوی دارایی مالی باشد که بیش از مقدار ارزش در معرض ریسک تخمین زده شده است، الگوی ریزش مورد انتظار به شکل رابطه (۲) برآورد می‌شود.

$$\text{CVaR}_t(\alpha) = E(R | R \geq \text{VaR}^\alpha) \quad (2)$$

### ۳-۲- الگوهای خانواده GARCH<sup>۲</sup>

در محاسبات نوسانات<sup>۳</sup> و واریانس بازده دارایی‌ها یک روش متعارف استفاده از الگوی خانواده GARCH است. مدل GARCH که تعمیم‌یافته ARCH است برای اولین بار

---

1- Downside Risk

2- Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH)

3- Volatility

توسط بالرسلو<sup>۱</sup> (۱۹۸۶) معرفی شد. در این الگو اثر یک شوک روی نوسانات جاری باگذشت زمان کاهش می‌یابد. الگوی GARCH به صورت رابطه (۳) نوشته می‌شود که در آن  $\sigma_t^2$  واریانس شرطی،  $\omega$  عرض از مبدا و  $\varepsilon_t$  باقیمانده‌های الگو است.

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{j=1}^q \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (3)$$

با توجه به نوسانات و توزیع بازده سری‌های زمانی مالی می‌توان از الگوهای مختلفی از خانواده GARCH استفاده کرد. در این مقاله از ۳ الگوی EGARCH، GJR-GARCH و APARCH استفاده شده است (برای مطالعه این الگوها به نلسون<sup>۲</sup> (۱۹۹۱)، گلاستن، جاناناتان و رانکل<sup>۳</sup> (۱۹۹۳) و دینگ و همکاران<sup>۴</sup> (۱۹۹۳) مراجعه شود).

### ۳-۳- نظریه ارزش فرین (EVT)

مهم‌ترین انتقاد از انواع الگوهای ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار این است که برای تخمین صدک‌های بالاتر که در دم‌های توزیع قرار دارند از توزیع‌هایی استفاده می‌شود که حول نقطه میانگین پراکنده<sup>۵</sup> شده‌اند. این الگوها وقایع نادر<sup>۶</sup> را کم‌گویی<sup>۷</sup> می‌کنند (باتاچاریا<sup>۸</sup>، ۲۰۰۸، ص ۳۸۵). از این روش T به دنبال روش‌های نوین برای تخمین بهتر دم توزیع از نظریه EVT استفاده شد. کثودایک و همکاران<sup>۹</sup> (۱۹۹۰)، جانسن و دی وریس<sup>۱۰</sup> (۱۹۹۱) این روش را برای تحلیل‌های مالی ارائه کردند. طبق رهیافت فراتر از آستانه، دنباله‌ای از مقادیر بزرگ‌تر از آستانه  $u$  تعریف می‌شود. توزیع این مقادیر به شکل رابطه (۴) است.

$$F_u(y) = \frac{\Pr(X - u \leq y, X > u)}{\Pr(X > u)}, \quad 0 \leq y \leq x_f - u \quad (4)$$

- 
- 1- Bollerslev, T.
  - 2- Nelson, D.B.
  - 3- Glosten, L.R. Jagannathan, R. and Runkle, .D.E.
  - 4- Ding, Z.
  - 5- Scatter
  - 6- Extreme Events
  - 7- Underestimate
  - 8- Bhattacharyya, M.
  - 9- Koedijk, K.G. and *et. al*
  - 10- Jansen, D. and de Vries, C.G.

بر آورد پرتفوی بینه سرمایه گذاری با استفاده از دو الگوی ... ۱۰۳

پیکاندز<sup>۱</sup> (۱۹۷۵) اثبات کرد که توزیع حدی  $F_u$  می تواند با توزیع تعمیم یافته پرتو<sup>۲</sup> (GPD) تقریب زده شود. از این رو، رابطه (۵) را داریم که در آن  $\xi$  پارامتر شکل<sup>۳</sup> و  $\psi$  پارامتر مقیاس<sup>۴</sup> است.

$$G_{\xi\psi}(y) = 1 - \left(1 + \frac{\xi y}{\psi}\right)^{-1/\xi}, \quad \text{if } \xi \neq 0. \quad (5)$$

$$= 1 - e^{-y/\psi}, \quad \text{if } \xi = 0.$$

توزیع  $F$  می تواند به عنوان تابعی از مقادیر شرطی فراتر از آستانه بیان شود (رابطه (۶)):

$$F(x) = [1 - F(u)]F_u(y) + F(u) \quad (6)$$

تابع  $F(u)$  می تواند به شکل غیر پارامتریک به وسیله  $\frac{(n-k)}{n}$  تخمین زده شود که در آن  $n$  تعداد کل مشاهدات و  $k$  تعداد مقادیر بالای سطح آستانه است. بعد از جایگذاری  $F_u(y)$  با  $G_{\xi\psi}(y)$  رابطه (۷) را داریم که پارامترهای  $\xi$  و  $\psi$  از طریق روش حداکثر راستنمایی<sup>۵</sup> تخمین زده می شود.

$$F(X) = 1 - \frac{k}{n} \left[1 + \xi \frac{(x-u)}{\psi}\right]^{-1/\xi} \quad (7)$$

### ۳-۴- الگوی ترکیبی GARCH-EVT

رهیافت نظریه ارزش فرین تنها بر دم توزیع تمرکز دارد. این در حالی است که توجهی به این مهم که اکثر سری های بازدهی مالی به صورت مستقل و با توزیع یکسان (iid) نیستند، نداشته است. اکثر سری های بازدهی مالی دارای نوسانات خوشه ای و دم های پهن هستند. با توجه به اینکه برای رفع مشکل دم پهن در توزیع بازده دارایی ها از الگوی نظریه ارزش فرین استفاده شده است برای رفع مشکل عدم تامین خاصیت iid از رهیافت مک نیل و فری<sup>۶</sup> (۲۰۰۰) بهره برده شده است.

- 
- 1- Pickands, J.
  - 2- Generalized Parato Distribution (GPD)
  - 3- Shape Parameter
  - 4- Scale Parameter
  - 5- Maximum Likelihood
  - 6- McNeil, A. and Frey, R.

مک نیل و فری (۲۰۰۰) برای غلبه بر این دو مشکل از رهیافتی دومارحله‌ای استفاده کرده‌اند؛ در گام اول از الگوی GARCH به‌عنوان فیلتری برای بازده دارایی‌ها استفاده می‌شود. پس از اعمال الگوی GARCH روی بازده دارایی‌ها، اجزای اخلاص باقیمانده الگو به‌صورت iid درمی‌آیند. پس از انجام این مرحله توزیع اجزای اخلاص دارای دم پهن است که برای غلبه بر این مشکل و تخمین دقیق صدک‌های دم توزیع از نظریه ارزش فرین استفاده می‌شود. از الگوی GARCH-EVT به EVT شرطی نیز یاد می‌شود. به فرض اینکه الگوی میانگین به شکل  $r_t = u_t + \varepsilon_t$  باشد برای تخمین  $u_t$  از معادلات خانواده ARFIMA استفاده می‌شود. همچنین اگر  $\varepsilon_t$  از توزیع تی-استودنت تبعیت کند  $Z_t$  استاندارد اجزای اخلاص،  $Z_t = \varepsilon_t / \sqrt{h_t}$  می‌شود که  $h_t$  واریانس شرطی  $\varepsilon_t$  است. از این رو،  $r_t = u_t + \sqrt{h_t} Z_t$  است که  $h_t$  از یکی از الگوهای خانواده GARCH پیروی می‌کند.

### ۳-۵- تابع کاپیولا

همان‌طور که در بخش ۳-۴ توضیح داده شد از الگوهای مختلف GARCH-EVT به‌عنوان فیلتری برای بازده سری‌های زمانی استفاده شد. پس از گذشتن بازده سری زمانی از این فیلتر، باقیمانده‌های این الگو به‌صورت iid درمی‌آیند. در مرحله بعد باقیمانده‌های iid شده نرمال‌سازی می‌شوند. این باقیمانده‌های نرمال شده دارای ساختار وابستگی هستند که برای بررسی این وابستگی از الگوهای مختلف کاپیولا استفاده شده است. در این بخش با توجه به پیچیدگی محاسبات توابع کاپیولای چندمتغیره، الگوی کاپیولای دو متغیره را معرفی کرده و از نتایج آن برای توابع کاپیولای چندمتغیره استفاده می‌کنیم. یک تابع کاپیولای دو متغیره  $C(u_1, u_2)$  به‌عنوان یک تابع توزیع تجمعی<sup>۱</sup> برای یک بردار دو متغیره تعریف می‌شود که برد آن  $[0, 1]$  و همچنین این تابع دارای توزیع حاشیه‌ای یکنواخت<sup>۲</sup> است. اگر  $(U_1, U_2)$  بردار دو متغیره مطرح شده باشد، تابع کاپیولا به شکل رابطه (۸) تعریف می‌شود.

$$C(u_1, u_2) = P(U_1 \leq u_1, U_2 \leq u_2) \quad (۸)$$

به فرض اطلاع از توابع توزیع حاشیه‌ای (رابطه (۹)):

1- Cumulative Distribution Function

2- Uniform Marginal

بر آورد پرتفوی بهینه سرمایه‌گذاری با استفاده از دو الگوی ... ۱۰۵

$$F_i(x_i) = P(X_i \leq x_i) \quad \text{for } i = 1, 2 \quad (9)$$

سپس با استفاده از تبدیل  $U_i = F_i(X_i)$ ، یک تابع دومتغیره جدید داریم که با تابع حاشیه‌ای به وسیله  $X_1$  و  $X_2$  ساخته شده است (رابطه (۱۰)):

$$F_i(x_1, x_2) = C[F_1(x_1), F_2(x_2)] \quad (10)$$

اسکلار<sup>۱</sup> (۱۹۷۳) عکس قضیه فوق را نشان داد که اگر هر تابع توزیع دومتغیره‌ای همچون  $F$  را داشته باشیم، می‌توانیم با استفاده از تابع کاپولا به توزیع حاشیه‌ای آن دست پیدا کنیم. علاوه بر این، اگر فرض شود که توزیع حاشیه‌ای  $F_i$  پیوسته است، می‌توان نشان داد که تابع کاپولای  $C$  منحصر به فرد<sup>۲</sup> است.

تعریف تابع کاپولا در رابطه (۱۰) به صورت تابع توزیع تجمعی بیان شده است. اگر فرض شود که توابع  $F_1$  و  $C$  دیفرانسیل‌پذیر<sup>۳</sup> باشند، تابع چگالی مشترک  $f(x_1, x_2)$  به شکل رابطه (۱۱) درمی‌آید که  $f_i(x_i)$  تابع چگالی مربوط به  $F_i$  است و رابطه (۱۲) را داریم که تابع چگالی کاپولا است.

(۱۱)

$$f(x_1, x_2) = f_1(x_1) \times f_2(x_2) \times c[F_1(x_1), F_2(x_2)]$$

$$c(u_1, u_2) = \frac{\partial^2 C(u_1, u_2)}{\partial u_1 \partial u_2} \quad (12)$$

### ۳-۶- الگوهای مختلف کاپولا

توابع کاپولایی که در این پژوهش استفاده شده است، عبارتند از: نرمال، تی استیودنت و خانواده کاپولای ارشمیدسی<sup>۴</sup> از قبیل فرانک، گامبل و کلایتون. خانواده کاپولای ارشمیدسی رالینگ<sup>۵</sup> (۱۹۶۵) معرفی کرد. مهم‌ترین ویژگی کاپولاهای ارشمیدسی این است که از نوع کاپولای بیضی<sup>۶</sup> نیستند و اجازه می‌دهند انواع مختلفی از ساختارهای

1- Sklar, A.

2- Unique

3- Differentiable

4- Archimedean Copulas

5- Ling, C.

6- Elliptical

وابستگی مدل‌سازی شود. پنج کاپیولای استفاده شده در این پژوهش به ترتیب در ادامه توضیح داده شده است.

کاپیولای نرمال از توابع کاپیولا با توزیع نرمال چند متغیره است که به صورت رابطه (۱۳) تعریف می‌شود.

$$C_{\text{gaussian}}(u_1, u_2; \vartheta) = \Phi_{\vartheta}(\Phi^{-1}(u_1), \Phi^{-1}(u_2)) \quad (13)$$

کاپیولای تی استیودنت نیز مانند کاپیولای نرمال بر مبنای تابع توزیع تی استیودنت چند متغیره است. این کاپیولا در قالب رابطه (۱۴) تعریف می‌شود.

$$C_T(u_1, u_2; \vartheta, d) = t_{d, \vartheta}(t_d^{-1}(u_1), t_d^{-1}(u_2)) \quad (14)$$

چون با تغییر درجه آزادی می‌توان درجه وابستگی دنباله توزیع را تغییر داد از کاپیولای تی استیودنت در عمل بیشتر استفاده می‌شود.

کاپیولای فرانک توسط جنست و مکای<sup>۱</sup> (۱۹۸۶) معرفی شدند. کاپیولای فرانک به صورت رابطه (۱۵) تعریف می‌شود.

$$C_{\text{Frank}}(u_1, u_2; \lambda) = \frac{-1}{\lambda} \log \left( \frac{\lambda(1-e^{-\lambda}) - (1-e^{-\lambda u_1})(1-e^{-\lambda u_2})}{1-e^{-\lambda}} \right) \quad (15)$$

$$\lambda \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$$

کاپیولای گامبل در سال ۱۹۶۰ توسط گامبل<sup>۲</sup> معرفی شد. تابع توزیع تجمعی آن به صورت رابطه (۱۶) نمایش داده می‌شود.

$$C_{\text{Gumbel}}(u_1, u_2; \delta) = \exp \left( -((- \log u_1)^\delta + (- \log u_2)^\delta)^{\frac{1}{\delta}} \right) \quad (16)$$

$$\delta \in [0, +\infty)$$

کاپیولای کلایتون را اولین بار کلایتون<sup>۳</sup> (۱۹۷۸) معرفی کرد. تابع توزیع تجمعی آن به صورت رابطه (۱۷) است.

$$C_{\text{Clayton}}(u_1, u_2; \omega) = (u_1^{-\omega} + u_2^{-\omega})^{-\frac{1}{\omega}} \quad (17)$$

$$\omega \in [-1, +\infty)$$

1- Genest, C. Mackay, R.J.

2- Gumbel, E.J.

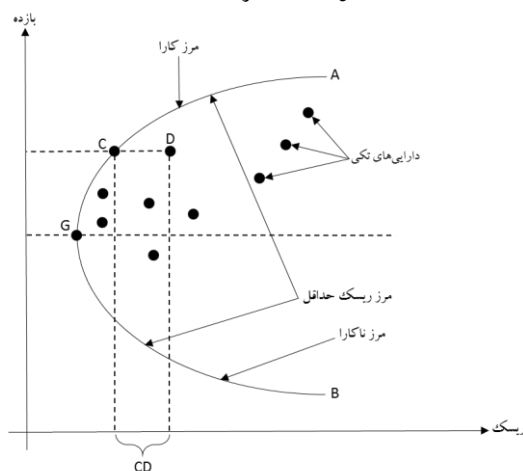
3- Clayton, D.G.



### ۳-۷- مرز کارا<sup>۱</sup>

در بخش ۳-۱ نشان دادیم که در این مقاله از سنج  $VaR$  و  $CVaR$  برای برآورد ریسک پرتفوی دارایی استفاده می‌شود. بنابراین، با ترسیم زوج مرتب‌های (ریسک، بازده) به ازای تمامی بازده‌های ممکن، یک تابع هذلولی<sup>۲</sup> به دست می‌آید که مشابه منحنی  $AGB$  در نمودار (۱) است. این منحنی به مرز  $mean-CVaR$  معروف است. فاصله  $AG$  مرز کارا و فاصله  $BG$  مرز ناکارا نام دارد. به پرتفوی‌هایی که بده-بستان میان ریسک و بازدهی آن‌ها روی این منحنی قرار می‌گیرد، پرتفوی‌های مرزی<sup>۳</sup> (نقطه  $C$ ) گفته می‌شود. نقاط سیاه مشخص شده در نمودار هر کدام نشان‌دهنده یک زوج مرتب هستند که در داخل نمودار قرار گرفته و هیچ‌یک روی مرز کارا قرار ندارند. به‌طور مثال، بازده دو پرتفوی دارایی  $C$  و  $D$  به یک اندازه است. این در حالی است که ریسک پرتفوی  $D$  به اندازه فاصله  $CD$  بیشتر از ریسک پرتفوی  $C$  است. بنابراین، نقطه  $C$  پرتفوی کارا است. پرتفویی که حداقل ریسک ممکن پرتفوی را ایجاد کند (یعنی نقطه  $G$  روی مرز) به عنوان پرتفوی عمومی<sup>۴</sup> شناخته می‌شود. نمودار مرز کارا نشان می‌دهد که برای دستیابی به بازده‌های بالاتر باید ریسک بالاتری را نیز متحمل شد.

نمودار (۱): مرز کارا



- 1- Efficient Frontier
- 2- Hyperbola Function
- 3- Frontier Portfolios
- 4- Global Portfolio

### ۳-۸- پرتفوی بهینه با حداقل ریسک<sup>۱</sup>

در بسیاری از مواقع پژوهش‌ها با وزن‌های ثابت برای پرتفوی دارایی‌ها صورت می‌گیرد. به‌طور مثال، اگر در پژوهش حاضر وزن‌ها یکسان و مساوی در نظر گرفته شود، وزن هر کدام از متغیرهای پرتفوی دارایی بالغ بر ۲۵ درصد می‌شود. پس از اینکه وزن هر یک از دارایی‌ها مشخص شد، می‌توان VaR و ES(CVaR) کل پرتفوی دارایی را محاسبه کرد. با این حال، سوال مهم‌تر این است که پرتفوی دارایی با چه ترکیبی از دارایی‌ها کمترین ریسک را متحمل می‌شود. به عبارت دیگر، با چه ترکیب وزن‌هایی پرتفوی دارایی کمترین میزان ریسک را نشان می‌دهد. از این رو، در این پژوهش تمامی وزن‌های ممکن برای ۴ متغیر موجود در پرتفوی دارایی محاسبه که شامل ۱۷۶،۸۵۱<sup>۲</sup> حالت مختلف شده است. پس از ایجاد تمامی این وزن‌ها، مقادیر VaR و ES برای تمامی حالات مختلف برآورد شده است. پس از محاسبه مقادیر VaR و ES برای تمامی حالات مختلف، برای هر یک از وزن‌ها ۳ متغیر بازده، VaR و ES داریم که با رسم بازده در مقابل هر یک از سنج‌های این ریسک، مرز کارای سرمایه‌گذاری مشخص می‌شود.

با استفاده از الگوی مرز کارا، بازده هر پرتفوی با توجه به ریسکی که متحمل می‌شود، نمایان می‌شود و سرمایه‌گذاران با توجه به درجه ریسک‌پذیری خود می‌توانند پرتفوی بهینه خود را مشخص کنند. با این وجود یکی از مشکلات استفاده از این روش، محدود بودن تعداد متغیرها است. به عبارت دیگر، امکان دارد که یک سرمایه‌گذار قصد بهینه‌سازی سبد دارایی برای بیش از ۴ متغیر را داشته باشد. این در حالی است که اضافه کردن متغیر یا دارایی جدید به الگو موجب می‌شود تا زمان اجرای الگوها بسیار طولانی شود. از این رو، برای غلبه بر این مشکل، می‌توان وزن‌های بهینه‌ای را به صورت تصادفی برای الگو در نظر گرفت که این مساله موجب می‌شود از دقت روش برآورد سبد بهینه دارایی کاسته شود.

#### 1- Optimal Portfolio with Minimum Risk

۲- با توجه به اینکه ۴ متغیر در پرتفوی دارایی وجود دارد، تمامی حالات ممکن برای وزن‌دهی به این متغیرها از فرمول  $C_{n+r-2}^{r-1}$  محاسبه می‌شود که  $r$  تعداد متغیرها و  $n$  تعداد وزن‌های ممکن برای یک متغیر است. بنابراین، داریم:

$$C_{10+4-2}^{4-1} = C_{12}^3 = 176851$$

بر آورد پرتفوی بهینه سرمایه‌گذاری با استفاده از دو الگوی ... ۱۰۹

#### ۴- معرفی داده‌ها

در این پژوهش ۴ شاخص بورس اوراق بهادار تهران به‌عنوان ۴ دارایی، پرتفوی مورد مطالعه را شکل داده‌اند. شاخص مالی، شاخص دارویی، شاخص خودرو و شاخص شیمیایی ۴ شاخص پرتفوی دارایی این مطالعه است. داده‌ها به‌صورت هفتگی و از تاریخ ۱۳۸۷/۱۰/۰۴ تا ۱۳۹۵/۱۲/۲۵ مشتمل بر ۳۹۷ داده هستند. در انجام محاسبات، بازده‌ها به‌صورت لگاریتمی ( $\log(P_t/P_{t-1})$ ) در نظر گرفته شده است. در جدول (۱) مشخصات آماری هر یک از سری‌های زمانی مالی مورد استفاده در پژوهش آورده شده است.

جدول (۱): مشخصات آماری داده‌های پژوهش

مشخصات آماری	شاخص شیمیایی	شاخص خودرو	شاخص دارویی	شاخص مالی
طول دوره	۱۳۸۷/۱۰/۰۴ تا ۱۳۹۵/۱۲/۲۵			
تعداد مشاهدات	۳۹۷			
حداقل	-۰/۰۷۳۴۴۸	-۰/۱۲۱۶۵۴	-۰/۰۴۶۷۸۰	-۰/۰۷۷۹۷۰
بزرگ‌ترین	۰/۱۵۵۴۸۰	۰/۲۴۷۹۱۳	۰/۱۵۸۳۴۳	۰/۱۶۱۲۲۹
میانگین	۰/۰۰۷۰۹۸	۰/۰۰۵۹۵۱	۰/۰۰۷۷۱۵	۰/۰۰۴۹۰۵
میانه	۰/۰۰۲۴۲۷	-۰/۰۰۰۱۰۷	۰/۰۰۱۸۷۵	۰/۰۰۱۱۵۴
انحراف معیار	۰/۰۲۹۶۵۷	۰/۰۵۱۴۰۱	۰/۰۲۳۵۰۵	۰/۰۲۸۴۴۸
چولگی	۰/۹۷۰۷۸۲	۰/۹۲۶۱۰۲	۲/۳۲۱۱۳۵	۱/۳۴۱۲۲۸
کشیدگی	۲/۷۴۳۰۰۳	۱/۷۲۴۰۲۱	۸/۸۴۸۴۴۸	۴/۹۲۷۲۸۴
آماره جارک برا	۱۸۹/۹۴	۱۰۷/۷۲	۱۶۷۱/۹	۵۲۸/۰۹
آزمون دیکلی فولر <sup>۱</sup>	-۶/۳۵۷۳	-۶/۳۸۷۱	-۵/۸۶۵۹	-۶/۳۶۶۴
آزمون فیلیپس و پرون <sup>۲</sup>	-۳۳۸/۷	-۳۷۶/۵	-۲۳۴/۷۸	-۳۶۹/۵۷

1- Dicky Fuller Test

2- Phillips and Perron Test

با بررسی مشخصات آماری متغیرهای مورد مطالعه مشخص می‌شود که با توجه به آماره جارک برا، هیچ یک از متغیرها از توزیع نرمال تبعیت نمی‌کنند. آزمون‌های دیکی فولر و فیلیس و پرون نیز نشان‌دهنده مانایی تمامی متغیرها است.

### ۵- نتایج تجربی

همان‌طور که در بخش‌های قبل بیان شد در این مقاله پرتفوی بهینه‌ای از چهار دارایی (که شاخص‌هایی از صنایع مختلف در بورس اوراق بهادار تهران هستند)، تخمین زده شده است؛ در گام اول با استفاده از الگوهای مختلف خانواده ARFIMA-GARCH (از قبیل GARCH، IGARCH، EGARCH، GJRGARCH، APARCH)، مقادیر باقیمانده استاندارد شده<sup>۱</sup>، برآورد شد. برای این منظور، ابتدا وجود حافظه بلندمدت برای هر چهار شاخص آزمون شد. برای این کار از آزمون‌های GPH<sup>۲</sup> و اسپریو<sup>۳</sup> استفاده شد. نتایج این تخمین‌ها در جدول (۲) نشان داده شده است که هر دو آزمون عدم وجود حافظه بلندمدت در شاخص‌ها را تایید می‌کنند. از این رو به جای الگوهای ARFIMA از الگوهای ARMA استفاده شده است.

جدول (۲): نتایج آزمون وجود حافظه بلندمدت در متغیرهای الگو

الگو	شاخص مالی	شاخص دارویی	شاخص خودرو	شاخص شیمیایی
GPH estimate	۰/۲۴۳	۰/۰۷۵	-۰/۲۱۹	۰/۲۶۳
(standard error deviation)	(۰/۱۵۴)	(۰/۱۵۱)	(۰/۲۱۹)	(۰/۱۷۱)
Sperio estimate	۰/۱۳۸	۰/۱۱۶	-۰/۱۱۰	۰/۱۱۳
standard error (deviation)	(۰/۰۹۷)	(۰/۰۷۲)	(۰/۰۴۷)	(۰/۰۴۸)

$$1- \text{Standardized Residuals: } Z_{t-n+1} = \frac{r_{t-n+1} - \hat{\mu}_{t-n+1}}{\sqrt{\hat{h}_{t-n+1}}}, \dots, Z_t = \frac{r_t - \hat{\mu}_t}{\sqrt{\hat{h}_t}}$$

2- Geweke, J. and Porter-Hudak, S.

3- Sperio

برآورد پرتفوی بهینه سرمایه‌گذاری با استفاده از دو الگوی ... ۱۱۱

پس از بررسی الگوهای مختلف ARMA-GARCH، بهترین الگو برای شاخص مالی الگوی ARMA(5,3)-EGARCH(1,1)، بهترین الگو برای شاخص دارویی الگوی ARMA(4,4)-GJRGARCH(1,1)، بهترین الگو برای شاخص خودرو الگوی ARMA(5,5)-APARCH(1,1) و بهترین الگو برای شاخص شیمیایی الگوی ARMA(5,5)-GJRGARCH(1,1) هستند.

جدول (۳) نتایج تخمین‌ها برای هر ۴ شاخص را نشان می‌دهد. پس از برآورد الگوهای متناسب با هر متغیر، مقادیر باقیمانده استاندارد شده به دست آمد. با توجه به مباحث نظری مطرح شده، مقادیر باقیمانده استاندارد شده iid هستند و مشکل عدم تامین شرط iid برطرف شد. در گام بعد الگوی GPD روی هر یک از مقادیر باقیمانده استاندارد شده متغیرها پیاده‌سازی شده است. نتایج تخمین الگوهای GPD در جدول (۳) نشان داده شده است.

جدول (۳): نتایج الگوهای مختلف خانواده ARMA-GARCH برای متغیرهای مورد مطالعه

الگوی GARCH		شاخص مالی	شاخص دارویی	شاخص خودرو	شاخص شیمیایی
متغیر	GARCH Model	EGARCH(1,1)	GJRGARCH(1,1)	APARCH(1,1)	GJRGARCH(1,1)
	Mean Model	ARMA(5,3)	ARMA(4,4)	ARMA(5,5)	ARMA(5,5)
	Distribution	Skew-t-student	Skew-t-student	Skew-normal	Skew-t-student
$\mu$	probe	*	*	-	*
	(t value)	(۱۰۱۹/۱۰۸۸)	(۱۶۷۲۸۱)	-	(۱۰۴۵۷۰۳۶)
AR <sub>1</sub>	probe	*	*	*	*
	(t value)	(۵۰۹۸/۵۷۰۰)	(-۳۴۷/۸۰۸)	(۶۶۴۱۹۹)	(-۳۲۴۲/۹۴۵۸)
AR <sub>2</sub>	probe	*	*	*	*
	(t value)	(۵۰۸۳۳۶۸)	(۷۴۷۱/۲۹۳)	(-۴۸۶۹۸۵)	(-۴۶۱۴/۰۰۳۷)
AR <sub>3</sub>	probe	*	*	*	*
	(t value)	(-۴۵۷۵/۹۵۶۰)	(۳۷۲/۸۱۸)	(-۳۸۶۹۳۰)	(-۲۳۷۱/۸۷۱۶)
AR <sub>4</sub>	probe	*	*	*	*
	(t value)	(۲۰۴۵/۹۶۶۸)	(-۱۱۰۲۱/۹۱۸)	(۱۰۷/۸۶۹۶)	(-۴۴۱۲/۱۱۷۱)
AR <sub>5</sub>	probe	*	-	*	*
	(t value)	(۲۹۴۲/۴۸۳۳)	-	(-۱۳۷/۹۴۲۹)	(۵۹۷۵/۶۱۹۲)
MA <sub>1</sub>	probe	*	*	*	*
	(t value)	(-۲۷۴۱/۵۷۴۵)	(۳۷۵/۶۲۰)	(-۷۶/۵۵۲۰)	(۵۲۵۹/۹۵۷۳)
MA <sub>2</sub>	probe	*	*	*	*
	(t value)	(-۱۹۶۵/۷۷۱)	(-۹۶۱/۸۶۷)	(۲۹/۰۵۰۵)	(۵۹۴۷/۳۲۹۷)

۱۱۲ فصلنامه پژوهشنامه اقتصادی، سال هجدهم، شماره ۷۱، زمستان ۱۳۹۷

ادامه جدول (۳) -

GARCH الگوی		شاخص مالی	شاخص دارویی	شاخص خودرو	شاخص شیمیایی
متغیر	GARCH Model	EGARCH(1,1)	GJRGARCH(1,1)	APARCH(1,1)	GJRGARCH(1,1)
	Mean Model	ARMA(5,3)	ARMA(4,4)	ARMA(5,5)	ARMA(5,5)
	Distribution	Skew-t-student	Skew-t-student	Skew-normal	Skew-t-student
MA <sub>3</sub>	probe	*	*	*	*
	(t value)	(۳۶۵۰/۴۴۱۳)	(-۴۷۸/۸۳۲)	(۴۳/۵۳۸۹)	(۵۸۶۲/۲۳۵۴)
MA <sub>4</sub>	probe	-	*	*	*
	(t value)	-	(۲۴۹۷/۸۵۷)	(-۷۶/۴۱۷۹)	(۵۶۵۴/۳۲۱۱)
MA <sub>5</sub>	probe	-	-	*	*
	(t value)	-	-	(۴۱/۶۲۴۰)	(-۵۲۳۳/۶۲۹۲)
ω	probe	۰/۰۰۲۳۴۸	*	۰/۰۱۸۴۷۳	-
	(t value)	(-۳/۰۴۲۳)	(۲۴۷/۸۷۱)	(۲/۳۵۶۰)	-
α <sub>1</sub>	probe	۰/۰۰۱۶۶۷	*	۰/۰۰۱۷۸۷	*
	(t value)	(۳/۱۴۳۹)	(۳۰۰/۸۷۵)	(۳/۱۲۳۵)	(۲۴/۴۹۲۷)
β <sub>1</sub>	probe	*	*	*	*
	(t value)	(۴۷/۹۷۳۸)	(۳۴۱/۹۵۸)	(۲۷/۷۳۷۲)	(۱۶۹۱/۰۷۵۰)
Γ	probe	۰/۰۰۰۰۰۴	*	۰/۲۶۱۹۲۸	*
	(t value)	(۴/۵۹۱۶)	(-۳۱۶/۸۲۴)	(-۱/۱۲۱۸)	(-۲۲/۸۲۶۹)
δ	probe	-	-	۰/۰۴۲۶۷۴	-
	(t value)	-	-	(۲/۰۲۶۹)	-
skewness	probe	*	*	*	*
	(t value)	(۱۱/۱۲۳۴)	(۲۶/۹۰۰)	(۱۴/۴۴۴۴)	(۱۴/۷۱۳۴)
kurtosis	probe	۰/۰۰۰۰۰۴	*	-	۰/۰۰۰۲۸۶
	(t value)	(۴/۶۳۴۱)	(۳۹/۰۵۷)	-	(۳/۶۲۷۹)
Akaike		-۴/۷۳۹۸	-۵/۶۳۴۰	-۳/۳۵۹۸	-۴/۵۵۸۹
Bayes		-۴/۵۸۹۵	-۵/۴۸۳۷	-۳/۱۹۹۶	-۴/۳۹۸۷
Shibata		-۴/۷۴۲۵	-۵/۶۳۶۷	-۳/۳۶۲۹	-۴/۵۶۲۰
Hannan-Quinn		-۴/۶۸۰۲	-۵/۵۷۴۵	-۳/۲۹۶۳	-۴/۴۹۵۵
Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals	probe	۰/۳۸۳۷	۰/۷۶۵۵۴	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰
	(t value)	(۱۲/۱۶۵۵۳)	(۱۱/۵۶۸)	(۹/۵۲۱۷)	(۸/۸۷۳)
Weighted ARCH LM Tests	probe	۰/۸۳۴۱	۰/۲۸۵۷	۰/۷۷۹۱	۰/۷۷۸۵
	(t value)	(۰/۶۶۵۰)	(۳/۰۲۸۶)	(۰/۸۴۶۲)	(۰/۸۴۸۰۳)
Series forecast (T+1)		۰/۰۰۶۹۰۲۸	۰/۰۰۶۰۰۶	-۰/۰۰۲۱۸۸	۰/۰۰۲۴۳۰۹
Sigma forecast (T+1)		۰/۰۲۰۱۶	۰/۰۱۶۳۸	۰/۰۳۰۷۸	۰/۰۱۲۵۶

### برآورد پرتفوی بهینه سرمایه‌گذاری با استفاده از دو الگوی ... ۱۱۳

جدول (۴): نتایج تخمین پارامترهای الگوی GPD برای هر یک از متغیرهای مورد مطالعه

شاخص شیمیایی	شاخص خودرو	شاخص دارویی	شاخص مالی	الگوی GPD
۰/۰۳۰	۰/۰۴۹	۰/۰۱۹	۰/۰۲۹	EVT threshold $u$
۰/۱۴۱	۰/۱۱۵	۰/۰۳۹۹	۰/۴۳۸	GPD shape parameter ( $\xi$ )
۰/۰۱۰	۰/۰۲۲	۰/۰۰۸	۰/۰۰۷	GPD scale parameter ( $\beta$ )
-۱۳۷/۴۷۹	-۱۱۸/۳۰۶	-۱۴۷/۹۶۴	-۱۳۶/۵۰۶	Log-likelihood

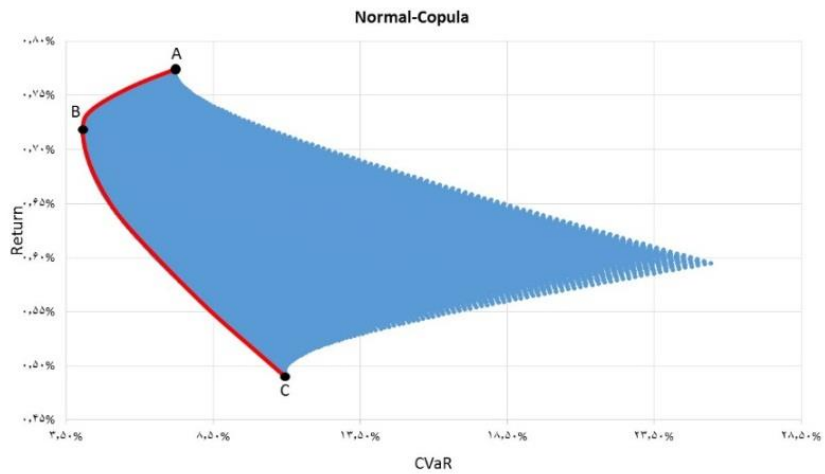
پس از پیاده‌سازی الگوی GPD برای هر یک از مقادیر باقیمانده استاندارد شده، به وسیله یک تبدیل احتمال انتگرالی<sup>۱</sup> هر سری مقادیر باقیمانده استاندارد شده را به یک سری یکنواخت در بازه [۰،۱] تبدیل می‌کنیم. سپس با استفاده از الگوی حداکثر راست‌نمایی پارامترهای توابع کاپیولای مختلف برآورد می‌شود. نتایج توابع کاپیولا برای هر یک از متغیرهای مورد مطالعه‌ی پژوهش در جدول (۵) نشان داده شده است.

جدول (۵): نتایج تخمین پارامترهای الگوهای مختلف کاپیولا برای هر یک از متغیرهای مورد مطالعه

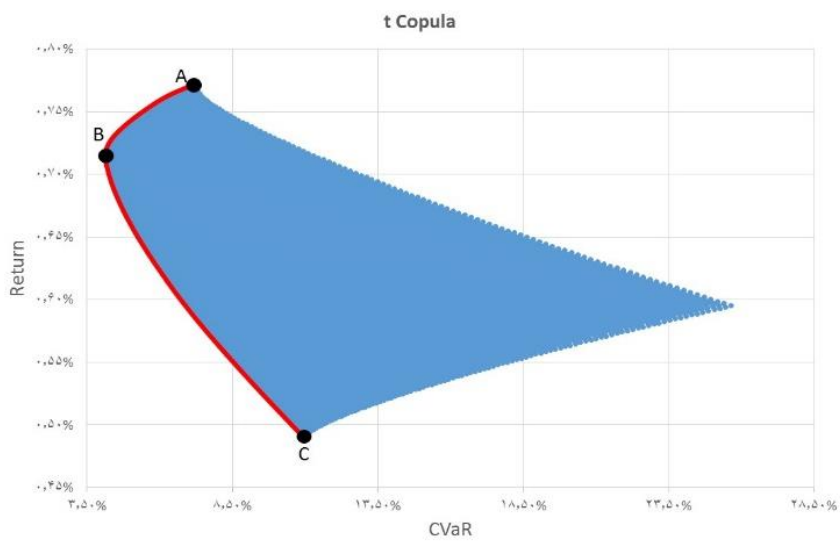
الگو	پارامتر الگو	تخمین پارامتر	Std. Error
نرمال	$\vartheta$	۰/۳۳۷۸	۰/۱۰۸
تی-استودنت	$\vartheta$	۰/۳۵۴۵	۰/۰۸۳
فرانک	$\lambda$	۰/۲۱۴	۰/۰۶۸
کلاپتون	$\delta$	۰/۶۲۳۹	۰/۱۹۳
گامبل	$\omega$	۱/۲۹۵	۰/۱۲۶

پس از به دست آوردن پارامترهای توزیع‌های مختلف کاپیولا با استفاده از الگوی شبیه‌سازی مونت کارلو، مقادیر هر یک از توزیع‌ها را شبیه‌سازی و در نهایت مقادیر VaR و CVaR در ۴ سطح احتمال ۰/۹، ۰/۹۵، ۰/۹۹ و ۰/۹۹۹ محاسبه شده است. در نمودارهای (۳) تا (۷)، مرز کارای به دست آمده توسط الگوهای مختلف با سنج ریسک CVaR و در سطح اطمینان ۰/۹۹ نشان داده شده است.

نمودار (۳): مرز کارای پرتفوی مورد مطالعه با الگوی Normal-Copula



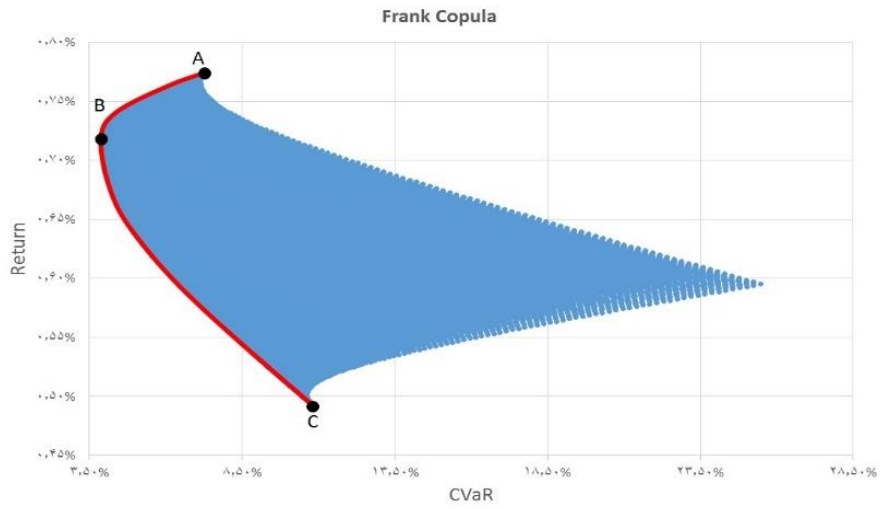
نمودار (۴): مرز کارای پرتفوی مورد مطالعه با الگوی t کاپیولا



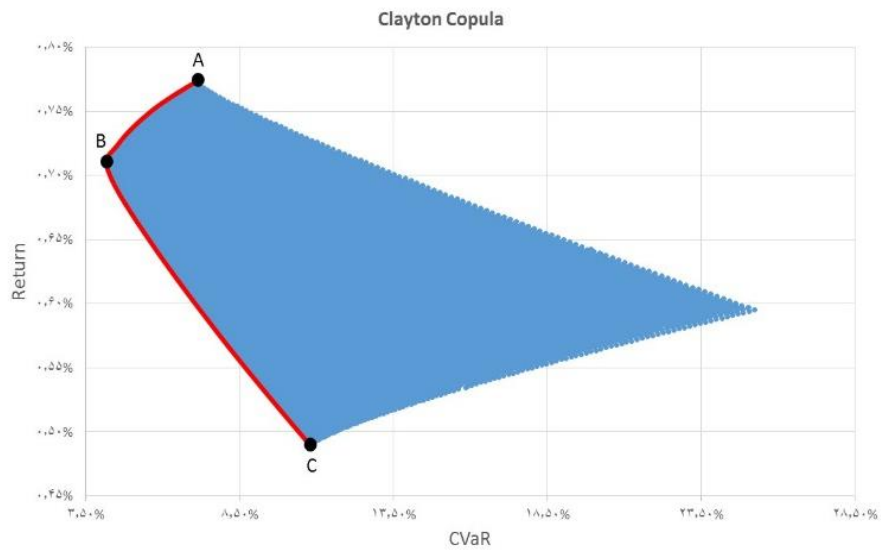


برآورد پرتفوی بهینه سرمایه‌گذاری با استفاده از دو الگوی ... ۱۱۵

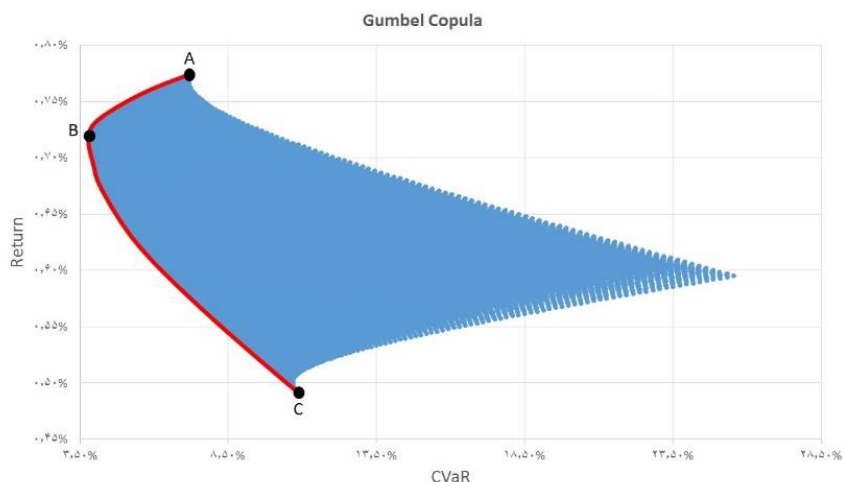
نمودار (۵): مرز کارای پرتفوی مورد مطالعه با الگوی فرانک کاپیولا



نمودار (۶): مرز کارای پرتفوی مورد مطالعه با الگوی کلایتون کاپیولا



نمودار (۷): مرز کارای پرتفوی مورد مطالعه با الگوی گامبل کاپیولا



همان طور که در نمودارهای (۳) تا (۷) مشخص است در تمامی این نمودارها فاصله A تا B مرز کارا و فاصله B تا C مرز ناکارا را نشان می دهد. نقطه B نیز در تمامی نمودارها کمترین ریسک را نشان می دهد. در جدول (۶) پرتفوی با کمترین میزان ریسک (CVaR) در سطح اطمینان ۹۹ درصد نشان داده شده است.

جدول (۶): مقایسه عملکرد الگوهای مختلف کاپیولا در برآورد پرتفوی بهینه سرمایه گذاری با معیار شارپ

الگوهای کاپیولا	شاخص شیمیایی	شاخص خودرو	شاخص دارویی	شاخص مالی	CVaR (درصد)	بازده (درصد)	شاخص شارپ
نرمال	۸۵	۰	۱۵	۰	۴/۰۶۶	۰/۷۱۹	۱۷/۶۸
تی- استودنت	۹۱	۰	۹	۰	۴/۱۸۶	۰/۷۱۵	۱۷/۰۸
فرانک	۷۷	۰	۱۹	۴	۳/۹۳۵	۰/۷۱۲	۱۸/۱۱
کلاتون	۱۰۰	۰	۰	۰	۴/۲۳۷	۰/۷۰۹	۱۶/۷۵
گامبل	۷۸	۰	۱۸	۴	۳/۹۰۰	۰/۷۱۲	۱۸/۲۵

## برآورد پرتفوی بهینه سرمایه‌گذاری با استفاده از دو الگوی ... ۱۱۷

نتایج جدول (۶) در سطح اطمینان ۹۹ درصد به دست آمده است. تفسیر نتایج این جدول به این شکل است که اگر طبق الگوی کاپولای نرمال، وزن‌های پرتفوی سرمایه‌گذاری را به صورت مشاهده شده اختصاص دهیم برای کسب بازده ۰/۷۱۹ درصدی باید ریسکی به اندازه ۴/۰۶۶ درصد را بپذیریم. مقادیر ریسک و بازده با استفاده از الگوهای مختلف نشان داده شده است. همان‌طور که از نتایج این جدول مشاهده می‌شود، شاخص شیمیایی بیشترین وزن را در تمامی الگوها به خود اختصاص داده است. همچنین وزن شاخص خودرو در تمامی الگوهای برآورد شده برابر صفر است به این معنا که شاخص خودرو پرریسک‌ترین دارایی پرتفوی سرمایه‌گذاری است. همچنین با توجه به اینکه بازدهی این شاخص نسبت به ریسک آن کم است در هیچ‌یک از الگوها وزنی دریافت نکرده است. با توجه به میانگین بازدهی دو شاخص شیمیایی و دارویی که به ترتیب ۰/۷۰ و ۰/۷۷ درصد است (رجوع شود به جدول (۱)) و بزرگ‌تر بودن میانگین بازده آن‌ها نسبت به شاخص مالی و خودرو (که بازده آن‌ها به ترتیب ۰/۴۹ و ۰/۵۹ درصد است)، انتظار داشتیم که وزن بیشتری را در الگوهای بهینه‌سازی پرتفوی به خود اختصاص دهند. برآورد معیار شارپ<sup>۱</sup> نیز برای هر یک از الگوها نشان می‌دهد که الگوهای فرانک و گامبل عملکرد بهتری دارند. همان‌طور که نتایج جدول (۶) نشان می‌دهد، این دو الگو در متنوع‌سازی پرتفوی دارایی موفق‌تر بوده‌اند. در دو جدول (۷) و (۸) نتایج وزن‌های بهینه که روی مرز کارا قرار دارند برای تمامی سطوح اطمینان ۰/۹۰، ۰/۹۵، ۰/۹۹ و ۰/۹۹۹ با استفاده از دو الگوی VaR و CVaR برای دو الگوی گامبل و فرانک آورده شده است. همان‌طور که در این جدول مشاهده می‌شود، شاخص خودرو در بخش مرز کارای الگو هیچ وزنی را نپذیرفته است. همچنین هرچقدر سرمایه‌گذاران ریسک‌پذیرتر باشند با افزایش وزن شاخص دارویی در پرتفوی سرمایه‌گذاری خود، می‌توانند بازده بیشتری کسب کنند.

---

۱- این معیار توسط شارپ (۱۹۶۶) معرفی شد که به شکل  $SR = \frac{\bar{r}_p - r_f}{\sigma_p}$  است که در آن  $\bar{r}_p$  به عنوان بازده

پرتفوی،  $r_f$  نرخ بازدهی بدون ریسک و  $\sigma_p$  انحراف معیار پرتفوی سرمایه‌گذاری می‌است که در پژوهش حاضر،  $r_f$  صفر و به جای  $\sigma_p$  از معیار CVaRp استفاده شده است که الگوی شارپ مورد استفاده در این مطالعه به شکل

$$SR = \frac{\bar{r}_p}{CVaR_p} \text{ است.}$$

۱۱ فصلنامه پژوهشنامه اقتصادی، سال هجدهم، شماره ۷۱، زمستان ۱۳۹۷

جدول (۷): نقاط نمونه روی مرکز کارا و ناکارا پرتفوی سرمایه‌گذاری در الگوهای VaR و CVaR(ES) با استفاده از الگوی فرانک در ۴ سطح اطمینان ۹۰، ۹۹، ۹۹،۹۵ و ۹۹،۹۹ درصد

ن	شاخص مالی	شاخص دارویی	شاخص خوردو	شاخص شیمیایی	VAR ۹۰٪	VAR ۹۵٪	VAR ۹۹٪	VAR ۹۹٫۹۵٪	VAR ۹۹٫۹۹٪	ES ۹۰٪	ES ۹۵٪	ES ۹۹٪	ES ۹۹٫۹۵٪	ES ۹۹٫۹۹٪	بازده
۱	۱۰۰	۰	۰	۰	۵۲۰۹	۶۶۸۳	۹۰۶۴	۹۰۶۴	۹۰۶۴	۷۱۲۹	۸۶۲۳	۱۰۲۸۹۷	۱۲۵۰۷	۱۳۵۰۷	۰/۴۹۱
۲	۹۴	۰	۱	۵	۴۹۸۳	۶۶۷۴	۹۰۶۴	۹۰۶۴	۹۰۶۴	۶۸۱۳	۸۶۲۳	۱۰۲۸۹۷	۱۲۸۰۲	۱۳۸۰۲	۰/۵۰۳
۳	۸۲	۰	۱	۱۷	۴۶۵۳	۶۵۸۲	۸۰۵۸	۸۰۵۸	۸۰۵۸	۶۰۶۷	۷۱۲۶	۹۱۱۴	۱۱۳۱۸	۱۱۳۱۸	۰/۵۲۹
۴	۷۳	۰	۲	۲۶	۴۰۶۱	۵۱۶۶	۷۲۸۹	۷۲۸۹	۷۲۸۹	۵۵۰۸	۶۶۵۵	۹۱۱۴	۱۰۱۱۶	۱۰۱۱۶	۰/۵۵
۵	۵۶	۰	۶	۳۸	۳۶۰۷	۴۵۴۳	۶۳۰۹	۶۳۰۹	۶۳۰۹	۴۸۲۳	۵۶۱۴	۷۱۰۷	۸۶۰۶	۸۶۰۶	۰/۵۸
۶	۴۳	۰	۲	۶۵	۲۶۴۴	۳۷۷۵	۴۵۰۳	۴۵۰۳	۴۵۰۳	۳۲۷۲	۴۰۲	۵۰۷	۶۱۵	۶۱۵	۰/۶۳۵
۷	۳۲	۰	۰	۸۶	۲۰۸۳	۲۶۶۵	۳۶۶۵	۳۶۶۵	۳۶۶۵	۲۸۸۴	۳۶۵۵	۴۱۶۵	۵۱۱۷	۵۱۱۷	۰/۶۸۵
۸*	۴	۱۹	۰	۱۷۷	۱۹۸۹	۲۶۴۲	۳۴۲۱	۳۴۲۱	۳۴۲۱	۲۶۵۲	۳۶۵۵	۴۱۶۵	۵۱۱۷	۵۱۱۷	۰/۷۱۳
۹	۰	۲۳	۰	۱۷۷	۱۹۹۲	۲۵۰۷	۳۵۰۷	۳۵۰۷	۳۵۰۷	۲۶۷۱	۳۶۵۵	۴۱۶۵	۵۱۱۷	۵۱۱۷	۰/۷۲۴
۱۰	۰	۳۴	۰	۶۶	۲۰۷۷	۲۰۰۴	۲۶۲	۲۶۲	۲۶۲	۲۶۶۸	۳۶۵۵	۴۱۶۵	۵۰۰۹	۵۰۰۹	۰/۷۳۱
۱۱	۰	۴۴	۰	۵۶	۲۰۰۴	۱۷۷۶	۲۸۲۹	۲۸۲۹	۲۸۲۹	۲۶۶۳	۳۶۵۵	۴۱۶۵	۵۰۰۹	۵۰۰۹	۰/۷۳۷
۱۲	۰	۵۶	۰	۴۴	۲۴۰۲	۲۲۰۲	۲۲۰۲	۲۲۰۲	۲۲۰۲	۲۶۶۳	۳۶۵۵	۴۱۶۵	۵۰۰۹	۵۰۰۹	۰/۷۴۴
۱۳	۰	۶۵	۰	۳۵	۲۵۸۲	۲۱۵۵	۲۱۵۵	۲۱۵۵	۲۱۵۵	۲۶۶۳	۳۶۵۵	۴۱۶۵	۵۰۰۹	۵۰۰۹	۰/۷۵
۱۴	۰	۷۰	۰	۳۰	۲۶۹	۲۳۹۸	۲۶۶۳	۲۶۶۳	۲۶۶۳	۲۶۶۳	۳۶۵۵	۴۱۶۵	۵۰۰۹	۵۰۰۹	۰/۷۵۳
۱۵	۰	۷۶	۰	۲۴	۲۸۲۶	۲۵۷۹	۲۶۶۳	۲۶۶۳	۲۶۶۳	۲۶۶۳	۳۶۵۵	۴۱۶۵	۵۰۰۹	۵۰۰۹	۰/۷۵۷
۱۶	۰	۸۳	۰	۱۷	۲۹۹۱	۲۸۰۳	۲۸۸۷	۲۸۸۷	۲۸۸۷	۲۶۶۳	۳۶۵۵	۴۱۶۵	۵۰۰۹	۵۰۰۹	۰/۷۶۱
۱۷	۰	۸۸	۰	۱۲	۳۱۱۸	۲۸۷	۲۸۸۷	۲۸۸۷	۲۸۸۷	۲۶۶۳	۳۶۵۵	۴۱۶۵	۵۰۰۹	۵۰۰۹	۰/۷۶۴
۱۸	۰	۹۴	۰	۶	۳۲۷۵	۲۸۸۷	۲۸۸۷	۲۸۸۷	۲۸۸۷	۲۶۶۳	۳۶۵۵	۴۱۶۵	۵۰۰۹	۵۰۰۹	۰/۷۶۸
۱۹	۰	۹۷	۰	۳	۳۳۵۶	۲۸۸۷	۲۸۸۷	۲۸۸۷	۲۸۸۷	۲۶۶۳	۳۶۵۵	۴۱۶۵	۵۰۰۹	۵۰۰۹	۰/۷۷
۲۰	۰	۱۰۰	۰	۰	۳۴۵۶	۲۸۸۷	۲۸۸۷	۲۸۸۷	۲۸۸۷	۲۶۶۳	۳۶۵۵	۴۱۶۵	۵۰۰۹	۵۰۰۹	۰/۷۷۱

\*پرتفوی بهینه سرمایه‌گذاری با حداقل ریسک

برآورد پرتفوی بهینه سرمایه‌گذاری با استفاده از دو الگوی ... ۱۱۹

جدول (۸): نقاط نمونه، روی مرز کارا و ناکارا پرتفوی سرمایه‌گذاری در الگوهای VaR و CVaR(ES) با استفاده از الگوی فرانک در سطح اطمینان ۹۰، ۹۵، ۹۹ و ۹۹۹ درصد

بازه	ES ۹۹٪	ES ۹۵٪	ES ۹۰٪	VaR ۹۹٪	VaR ۹۵٪	VaR ۹۰٪	VaR ۹۰٪	VaR ۹۰٪	شاخص شیبایی	شاخص خودرو	شاخص دارویی	شاخص مالی	N
۰/۴۹۱	۱۳/۶۸۹	۸/۴۲	۷/۱۶	۱۲/۶۶۶	۹/۵۳۲	۶/۶۸۷	۵/۲۵۷	۰	۰	۰	۰	۱۰۰	۱
۰/۵۳۳	۱۱/۸۱۸	۷/۲۹۳	۶/۲۰۸	۱۰/۹۲۲	۸/۲۵۱	۵/۸	۴/۵۶۸	۱۵	۰	۰	۰	۸۵	۲
۰/۵۵۷	۱۰/۱	۶/۳۲۱	۵/۴۰۶	۹/۳۷۶	۷/۱۳	۵/۰۶۵	۴/۰۲	۲۷	۷	۷	۰	۶۶	۳
۰/۵۸۵	۸/۵۵۴	۵/۳۳۵	۴/۵۵۶	۷/۹۳۶	۶/۱۲۲	۴/۲۶۵	۳/۳۷۸	۴۲	۲	۲	۰	۵۶	۴
۰/۶۲۴	۶/۸۳۳	۵/۵۳۳	۴/۳۱۶	۶/۲۶۵	۴/۸۶۲	۳/۴۶۶	۲/۷۵۶	۵۹	۴	۴	۰	۳۷	۵
۰/۶۵۷	۵/۶۵۱	۴/۵۵۶	۳/۵۷۹	۵/۱۶۶	۴/۱۳۵	۲/۸۷۱	۲/۲۷۲	۷۴	۱	۱	۱	۲۴	۶
۰/۶۹۹	۴/۹۵۳	۳/۱۶۶	۲/۸۰۳	۴/۶۳۳	۳/۵۷۳	۲/۵۳۷	۱/۹۹۴	۹۰	۰	۰	۴	۶	۷
۰/۷۱۲	۴/۷۷۲	۳/۰۵۶	۲/۶۱۶	۴/۴۶۲	۳/۴۴۴	۲/۴۵۷	۱/۹۳۳	۷۸	۰	۰	۱۸	۴	۸
۰/۷۲۴	۴/۸۳۱	۳/۸۴	۲/۵۳۲	۴/۵۱۴	۳/۴۷۴	۲/۴۷	۱/۹۴۷	۷۷	۰	۰	۲۳	۰	۹
۰/۷۲۹	۴/۹۴۱	۳/۱۴۷	۲/۶۸۸	۴/۶۱۶	۳/۵۵	۲/۵۲۳	۱/۹۸۸	۶۹	۰	۰	۳۱	۰	۱۰
۰/۷۳۶	۵/۲۷۸	۳/۳۴۴	۲/۸۵۱	۴/۹۱۵	۳/۷۶	۲/۶۷۴	۲/۱۱۸	۵۸	۰	۰	۴۲	۰	۱۱
۰/۷۴	۵/۵۷۲	۳/۵۰۹	۲/۱۰۱	۵/۱۸۴	۳/۹۵۸	۲/۸۱۳	۲/۲۲۸	۵۱	۰	۰	۴۹	۰	۱۲
۰/۷۴۲	۵/۷۱۵	۳/۵۹۵	۲/۰۷۴	۵/۳۱۶	۴/۰۵۶	۲/۸۸۱	۲/۲۸۲	۴۸	۰	۰	۵۲	۰	۱۳
۰/۷۴۵	۵/۹۷۵	۳/۷۵۲	۲/۲۰۷	۵/۵۵۴	۴/۲۳۳	۳/۱۰۵	۲/۳۸	۴۳	۰	۰	۵۷	۰	۱۴
۰/۷۴۷	۶/۱۹۴	۳/۸۹	۲/۳۳۳	۵/۷۶	۴/۳۹۱	۳/۱۱۳	۲/۴۶۱	۳۹	۰	۰	۶۱	۰	۱۵
۰/۷۵۳	۶/۳۳۸	۴/۲۲۸	۳/۶۰۶	۶/۲۶۸	۴/۷۷۷	۳/۳۷۷	۲/۶۶۱	۳۰	۰	۰	۷۰	۰	۱۶
۰/۷۵۹	۷/۴۰۷	۵/۹۸۲	۳/۴۶۱	۶/۸۹۱	۵/۲۴۷	۳/۷۰۱	۲/۹۰۷	۲۰	۰	۰	۸۰	۰	۱۷
۰/۷۶۴	۷/۹۹	۶/۳۳۸	۴/۹۸۹	۷/۴۴۵	۵/۶۴۱	۳/۹۷۷	۲/۱۲۸	۱۲	۰	۰	۸۸	۰	۱۸
۰/۷۶۸	۸/۵۱۷	۶/۸۵۶	۵/۳۰۹	۷/۹۱۲	۶/۱۰۵	۴/۲۲۸	۲/۳۳۲	۵	۰	۰	۹۵	۰	۱۹
۰/۷۷۱	۸/۹۰۱	۷/۱۶۴	۴/۷۱۸	۸/۲۶۸	۶/۳۷۳	۴/۴۱۲	۲/۴۶۳	۰	۰	۰	۱۰۰	۰	۲۰

\*پرتفوی بهینه سرمایه‌گذاری با حداقل ریسک

## ۶- جمع بندی

یکی از مهم ترین مباحث در حوزه اقتصاد مالی، بهینه سازی پرتفوی دارایی است. با توجه به نظریه نوین پرتفوی دارایی، سرمایه گذاران می توانند از طریق متنوع سازی سرمایه گذاری در دارایی هایی که همبستگی کمتری با یکدیگر دارند، عایدی بیشتری کسب کنند. همچنین یکی از مشکلات الگوی همبستگی ساده در نظر نگرفتن وابستگی غیرخطی است. برای غلبه بر این مشکل، می توان از الگوهای کاپیولا که وابستگی غیرخطی را نیز در نظر می گیرند، بهره برد.

در این مقاله پرتفوی بهینه سرمایه گذاری شامل ۴ شاخص مالی، شیمیایی، دارویی و خودرو برآورد شد. بدین منظور برای بررسی ساختار وابستگی بین دارایی ها از الگوهای مختلف خانواده کاپیولا که شامل ۵ الگوی نرمال، تی استودنت، گامبل، فرانک و کلابتون می شود، استفاده می شود. همچنین برای مدل سازی تلاطم های بازده دارایی ها، الگوهای مختلف خانواده گارچ به کار گرفته شدند. به منظور مدل سازی دم های توزیع نیز از الگوی نظریه ارزش فرین استفاده شد. همچنین با توجه به اینکه الگوی ارزش در معرض ریسک ویژگی زیرجمع پذیری را تامین نمی کند برای محاسبه ریسک پرتفوی دارایی از الگوی ارزش در معرض ریسک شرطی یا ریزش مورد انتظار استفاده شد.

نتایج این پژوهش نشان داد که شاخص شیمیایی بیشترین وزن را در الگوی بهینه سرمایه گذاری به خود اختصاص می دهد. همچنین برای رسیدن به بازده بیشتر (و البته به شرط تحمل ریسک بالاتر)، می توان وزن شاخص دارویی را در پرتفوی دارایی افزایش داد. شاخص خودرو نیز به دلیل نوسانات بسیار بزرگ در هیچ یک از پرتفوی های سرمایه گذاری وزن قابل توجهی ندارد. نتایج آزمون شارپ نیز نشان داد که دو الگوی کاپولای فرانک و گامبل در متنوع سازی پرتفوی سرمایه گذاری کارا تر عمل کردند.

## منابع

### الف - فارسی

- پویان‌فر، احمد و سید حمید موسوی (۱۳۹۵)، «تخمین ارزش در معرض ریسک داده‌های درون‌روزی با رویکرد EVT-COPULA»، مجله مدل‌سازی ریسک و مهندسی مالی، دوره ۱، شماره ۱، ص ۱۴۴-۱۲۹،
- راغفر، حسین و حسین آجرلو (۱۳۹۵)، «برآورد ارزش در معرض خطر پرتفوی ارزی یک بانک نمونه با روش GARCH-EVT-Copula»، فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران، دوره ۲۱، شماره ۶۷، ص ۱۴۱-۱۱۳،
- فلاح‌پور، سعید و مهدی باغبان، مهدی، (۱۳۹۳)، «استفاده از کاپیولا-CVaR در بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری و مقایسه تطبیقی آن با روش Mean-CVaR»، فصلنامه پژوهش‌ها و سیاست‌های اقتصادی، دوره ۲۲، شماره ۷۲، ص ۱۷۲-۱۵۵.
- کشاوری حداد، غلامرضا و مهرداد حیرانی، مهرداد (۱۳۹۳)، «برآورد ارزش در معرض ریسک با وجود ساختار وابستگی بین بازدهی‌های مالی: رهیافت مبتنی بر کاپیولا»، فصلنامه تحقیقات اقتصادی، دوره ۴۹، شماره ۴، ص ۹۰۲-۸۶۹.
- موسوی، میرحسین، حسین، راغفر و منصوره محسنی (۱۳۹۲)، «برآورد ارزش در معرض خطر سبد سهام با استفاده از روش گارچ کاپیولای شرطی»، فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران، دوره ۱۸، شماره ۵۴، ص ۱۵۲-۱۱۹.
- نیسی، عبدالساده و مسلم پیمانی (۱۳۹۳)، «مدل‌سازی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از معادله دیفرانسیل تصادفی هستون»، فصلنامه پژوهش‌نامه اقتصادی، دوره چهاردهم، شماره ۵۲، ص ۱۶۶-۱۴۳.

### ب - انگلیسی

- Aloui, A. Ben Aissa, M. S. Nguyen, D.K. (2011), "Global Financial Crisis, Extreme Interdependences, and Contagion Effects: The Role of Economic Structure", *Journal of Banking and Finance*, Volume 35 (1), PP 130-141.
- Angel Canela, M. and Pedreira Collazo, E. (2006), *Modelling Dependence in Latin American Markets Using Copula Functions*, Working paper. Universitat de Barcelona.

- Autchariyapanitkul, K. Chanaim, S. Sriboonchitta, S. (2014), "Portfolio Optimization of Stock Returns in High-Dimensions: A Copula-Based Approach", *Thai Journal of Mathematics*, PP 11-23.
- Bhattacharyya, M. (2008), "Conditional VaR Using EVT-Towards a Planned Margin Scheme", *International Review of Financial Analysis*, Volume 17(2), PP 382-395.
- Bollerslev, T. (1986), "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", *Journal of Econometrics*, Volume 51, PP 307-327.
- Boubaker, H. Sghaier, N. (2013), "Portfolio Optimization in the Presence of Dependent Financial Returns with Long Memory: A Copula Based Approach", *Journal of Banking & Finance*, Volume 37, PP 361-377.
- Chollete, L. De la Pena, V. & Lu, C. (2006), Security Co-movement: Alternative Measures and Implications for Portfolio Diversification, Unpublished Working Paper, Columbia University and NHH.
- Chollete, L. de la Pena, V. Lu, C. (2011), "International Diversification: A Copula Approach", *Journal of Banking and Finance*, Volume 35 (2), PP 403-417.
- Clayton, D.G. (1978), "A Model for Association in Bivariate Life Tables and Its Application in Epidemiological Studies of Familial Tendency in Chronic Disease Incidence", *Biometrika*, Volume 65 (1), PP 141-151.
- Costinot, A. Roncali, T. Teiletche, J. (2000), Revisiting the Dependence Between Financial Markets with Copulas, Working Paper, Credit Lyonnais.
- de Melo Mendes, B.V., Kolev, N. (2008), "How Long Memory in Volatility Affects True Dependence Structure", *International Review of Financial Analysis*, Volume 17 (5), PP 1070-1086.
- Deng, L. Ma, CH. Yang, W. (2011), "Portfolio Optimization via Pair Copula-GARCH-EVT-CVaR Model", *Systems Engineering Procedia*, Volume 2, PP 171-181.
- Di Clemente, A. Romano, C. (2004), "Measuring and Optimizing Portfolio Credit Risk: A Copula-Based Approach", *Economic Notes*, Volume 33 (3), PP 325-357.
- Ding, Z. Granger, C.W.J. and Engle, R.F. (1993), "A Long Memory Property of Stock Market Returns and a new Model", *Journal of Empirical Finance*, Volume 1, PP 83-106.
- Embrechts, P. Mcneil, A. and Straumann, D. (2002), *Correction and Dependence in Risk Management, Properties and Pitfalls*, In M. A. H. Dempster (Ed.), *Risk Management: Value at Risk and Beyond*, PP 176-223.



- Embrechts, P. McNeil, A.J. Straumann, D. (1999), "Correlation: Pitfalls and Alternatives a Short", *RISK Magazine*, PP 69-71.
- Embrechts, P. McNeil, A.J. Straumann, D. (2002), *Correlation and Dependence in Risk Management: Properties and Pitfalls*, In: Dempster, M. (Eds.), *Risk Management: Value at Risk and Beyond*, Cambridge University Press, Cambridge, PP 176-223.
- Forbes, K.J. and Rigobon, R. (2000), "No Contagion, Only Stock Market Co-movements", *Journal of Finance*, Volume 5, PP 2223-2261.
- Genest, C. Mackay, R.J. (1986), "Copules Archimédiennes et Familles de Lois Bidimensionnelles Dont Les Marges Sont Données", *Canadian Journal of Statistics*, Volume 14 (2), PP 154-159.
- Geweke, J. and Porter-Hudak, S. (1983), "The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models", *Journal of Time Series Analysis*, Volume 4(4), PP 221-238.
- Glosten, L.R. Jagannathan, R. and Runkle, .D.E. (1993), "On the Relation Between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks", *Journal of Finance*, Volume 48(5), PP 1779-1801.
- Gumbel, E.J. (1960), "Distributions de Valeurs Extrêmes en Plusieurs Dimensions", *Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris*, Volume 9, PP 171-173.
- Han, Y. Li, P. Xia, Y. (2017), "Dynamic Robust Portfolio Selection with Copulas", *Finance Research Letters*, Volume 21, PP 190-200.
- He, X. Gong, P. (2009), "Measuring the Coupled Risks: A Copula-Based CVaR model", *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Volume 223(2), PP 1066-1080.
- Hotta, L. K. Lucas, E. C. and Palaro, H. P. (2008), "Estimation of VaR Using Copula and Extreme Value Theory", *Multinational Finance Journal*, Volume 12, PP 205-221.
- Hu, L. (2006), "Dependence Patterns Across Financial Markets: A Mixed Copula Approach", *Applied Financial Economics*, Volume 16 (10), PP 717-729.
- Hu, L. (2006), "Dependence Patterns Across Financial Markets: A Mixed Copula Approach", *Applied Financial Economics*, Volume 16, PP 717-729.
- Huang, J. Lee, K. Liang, H. and Lin, W. (2009), "Estimating Value at Risk of Portfolio By Conditional Copula-GARCH Method", *Insurance: Mathematics and Economics*, Volume 45, PP 315-324.
- Jansen, D. and de Vries, C.G. (1991), "On the Frequency of Large Stock Returns: Putting Booms and Busts into Perspective", *Review of Economics and Statistics*, Volume 73(1), pp 18-24.

- Joe, H. (1997), *Multivariate Models and Dependence Concepts*, London: Chapman & Hall.
- Jondeau, E. and Rockinger, M. (2006), "The Copula-GARCH Model of Conditional Dependencies: An International Stock Market Application", *Journal of International Money and Finance*, Volume 25, PP 827–853.
- Kakouris, L. and Rustem, B. (2014), "Robust Portfolio Optimization with Copulas", *European Journal of Operational Research*, Volume 235, PP 28–37.
- Karmakar, M. (2017), "Dependence Structure and Portfolio Risk in Indian Foreign Exchange Market: A GARCH-EVT-Copula Approach", *The Quarterly Review of Economics and Finance*, Volume 64, PP 275-291.
- Koedijk, K.G. Schafgans, M. and de Vries, C.G. (1990), "The Tail Index of Exchange Rate Returns", *Journal of International Economics*, Volume 29, pp 93-108.
- Kole, E. Koedijk, K. Verbeek, M. (2005), Testing Copulas to Model Financial Dependence, Working Paper, RSM Erasmus University.
- Ling, C. (1965), "Representation of Associative Functions", *Publicationes Mathematicae Debrecen*, Volume 12 (1), PP 189-212.
- Markowitz, H.M. (1952), "Portfolio Selection", *Journal of Finance*, Volume 7 (1), PP 77-91.
- Mashal, R. and Zeevi, A. (2002), Beyond Correction: Extreme Comovements Between Financial Assets, Working Paper, Columbia Business School.
- McNeil, A. Frey, R. (2000), "Estimation of Tail-Related Risk Measures for Heteroscedastic Financial Time Series: An Extreme Value Approach", *J. Empir. Finance*, Volume 7, PP 271-300.
- Nelson, D.B. (1991), "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach", *Econometrica*, Volume 59(2), PP 347-370.
- Nelson, R. B. (1999), An introduction to Copulas. Lecture Notes in Statistics, New York: Springer.
- Patton, A. (2004). "On the Out-of-Sample Importance of Skewness and Asymmetric Dependence for Asset Allocation", *Journal of Financial Econometrics*, Volume 2 (1), PP 130-168.
- Patton, A. J. (2006), "Modelling Asymmetric Exchange Rate Dependence", *International Economic Review*, Volume 47, PP 527–556.
- Pfaff, B. (2016), *Financial Risk Modelling and Portfolio Optimization with R*, 2nd Edition. Wiley.

- Pickands, J. (1975), "Statistical Inference Using Extreme Order Statistics", *Annals of Statistics*, Volume 3, PP 119–131.
- Reisen, V. A. (1994), "Estimation of the Fractional Difference Parameter in the ARFIMA(p,d,q) Model Using the Smoothed Periodogram", *Journal Time Series Analysis*, Volume 15(1), PP 335–350.
- Rodriguez, J.C. (2007), "Measuring Financial Contagion: A Copula Approach", *Journal of Empirical Finance*, Volume 14 (3), PP 401-423.
- Sharpe, W.F. (1966), "Mutual Fund Performance", *The Journal of Business*, Volume 39, PP 119-138.
- Sklar, A. (1973), "Random Variables, Joint Distribution Functions and Copulas", *Kyber-netika*, Volume 9, PP 449–460.
- Sun, W. Rachev, S. Fabozzi, F.J. Petko, S.K. (2009), "A New Approach to Modeling Co-movement of International Equity Markets: Evidence of Unconditional Copula Based Simulation of Tail Dependence", *Empirical Economics*, Volume 36 (1), PP 201-229.
- Tursunaliyeva, A. and Silvapulle, P. (2007), Assessing and Modelling the Changes in Dependence Between Exchange Rates, Working Paper of Monash University, Monash University.