فصلنامه پژوهشنامه اقتصادی
سال هفدهم، شماره ٦٦، پاییز ١٣٩٦، صفحات ١٧٨- ١٥١

رتبه‌بندی مدل‌های پارامتریک ارزش در معرض خطر با لحاظ کردن موقعیت معاملاتی سهامدار

(کاربرد توابع توزیع نامتقارن در مدل‌های خانواده GARCH)

هادی حیدری* و غلامرضا کشاورز حداد**

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۳/۲۶ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۶/۰۶

چکیده

در این مقاله با استفاده از مدل‌های خانواده GARCH به تخمین ارزش در معرض خطر دارایی‌ها برای معامله‌گران بازار سهام تهران در دو موقعیت خرید و فروش می‌پردازیم. با توجه به رفتار نامتقارن بازدهی قیمت‌ها در بازار سهام تهران (TEPIX) هنگام خرید یا فروش از توابع توزیع نرمال نامتقارن[1] و T-student نامتقارن[2] برای افزایش دقت مدل‌های ارزش در معرض خطر دارایی‌ها در دو حالت خرید یا فروش استفاده می‌کنیم. با تعمیم سنجه‌های تنبیهی شنر و دیگران[3] (۲۰۱۲) برای لحاظ کردن موقعیت فروش در ارزیابی عملکرد مدل‌های پارامتریک نشان دادیم که مدل‌های EGARCH و GJRGARCH با توابع توزیع نامتقارن دارای عملکرد بسیار دقیق‌تری هستند. همچنین آزمون آماری توانایی پیش‌بینی مکمل نشان می‌دهد که با توجه به انتخاب مدل مبنا (GJRGARCH) سایر مدل‌های پارامتریک در مقایسه با مدل مبنا دارای میانگین خطای برابر نیستند و استفاده از توابع توزیع‌های نامتقارن در مدل‌های EGARCH و GJRGARCH به شدت باعث ارتقاء رتبه آن‌ها شده است.

طبقه‌بندی JEL: *C15، G21، G28.*

کلیدواژه‌ها: *ارزش در معرض خطر، موقعیت معاملاتی، مدل‌های پارامتریک و رتبه‌بندی عملکرد مدل‌ها.*

---

* دانشجوی دکتری دانشکده مدیریت و اقتصاد دانشگاه صنعتی شریف- نویسنده مسئول، پست الکترونیکی:
H_Heidari@gsme.sharif.edu

** دانشیار دانشکده مدیریت و اقتصاد دانشگاه صنعتی شریف، پست الکترونیکی:
G.K.Haddad@sharif.edu

1- Skewed Student Distribution
2- Skewed Student Distribution
3- Sener *et. al*

۱- مقدمه

مدل‌های موجود برای محاسبه ارزش در معرض خطر دارایی‌ها بیشتر بر بازدهی منفی و کاهش قیمت سهام تمرکز کرده‌اند. به‌عبارت دیگر، در اینگونه مدل‌ها فرض بر این است که سرمایه‌گذار در موقعیت خرید[۱] یک سهم معین قرار داشته و یا ضمن مالکیت سهام و نگران افت بیش از حد قیمت سهام است. بنابراین، در اینگونه مدل‌ها زیانی که ناشی از فروش زودتر از موعد سهام قبل از تخمین حداکثر بازدهی آن که می‌تواند عاید سرمایه‌گذار شود، لحاظ نمی‌شود (جوریون[۲]، ۲۰۰۰ و وان دن و والار[۳]، ۱۹۹۹).

با توجه به اهمیت موقعیت فروش[۴] در سال‌های اخیر، برخی از محققان تمرکز خود را بر افزایش دقت مدل‌ها در تخمین ارزش در معرض خطر در این زمینه نیز معطوف کرده‌اند. از جمله کارهای انجام شده در این زمینه می‌توان به مقاله جیوت و لاورنت[۵](۲۰۰۳) اشاره کرد.

روش‌های ارزیابی ارزش در معرض خطر دارایی‌ها متنوع است و برخی از روش‌های استاندارد بال۲ در زمینه ریسک بازار برای نحوه ارزیابی ارزش در معرض خطر در موقعیت خرید وجود دارد، پس این احتمال برای موسسات مالی وجود دارد که ارزش در معرض خطر را به صورت بیش از حد یا کمتر از حد تخمین بزنند.

ایده مهم روش رتبه‌بندی ارائه معیاری برای تشخیص عملکرد مدل‌ها است که همراه با آزمون آماری توانایی پیش‌بینی مکمل[۶]، یک چارچوب سیستماتیک برای تشخیص مدل‌های برتر ارزیابی ارزش در معرض خطر در موقعیت خرید یا فروش را پیاده‌سازی می‌کند.

طیف وسیعی از شرایط ارزیابی پیش‌بینی مدل‌های موجود برای ارزیابی دقت پیش‌بینی مدل‌های ارزش در معرض خطر بدون لحاظ کردن موقعیت معاملاتی خرید یا فروش وجود دارد که از جمله آن‌ها می‌توان به روش‌های احتمال پوشش تجربی[۷]، تابع زیان تخمین‌زده شده خطاها[۸] و آزمون‌های توانایی پیش‌گویی[۹] اشاره کرد.

1- Long Position
2- Jorion
3- Van Den and Vlaar
4- Short Position
5- Giot and Laurent
6- Complementary Predictive Ability Test
7- Empirical Coverage Probabilities
8- Error Estimating Loss Functions
9- Predictive Ability Tests

برخی از محققـان در مقـالات خـود از آمـاره‌هـای توصـیفی ماننـد میـانگین و واریـانس خطاها، حداقل و حداکثر خطاها استفاده کرده‌اند (برکویتز و اوبرین[۱]، ۲۰۰۲). اندازه تنبیهی برای مدل‌های VaR به مدیران ریسک موسسات مالی اجازه می‌دهـد کـه هزینـه ریسـک و تخصیص سرمایه را به گونه‌ای موثر تفسیر کنند.

رهیافت جدید این مقاله را می‌توان به شکل خلاصه در دو بخش بیان کـرد؛ بخـش اول: ارائه روشی کاربردی برای ارزیابی عملکرد مدل‌های متفاوت در محاسبه ارزش در معـرض خطر با لحاظ کردن موقعیت معاملاتی سرمایه‌گذار کـه ایـن مهـم بـا در نظـر گـرفتن توابـع توزیع نامتقارن با توجه به موقعیت خرید و یا فروش به‌دست می‌آید. بخـش دوم نیـز بیـانگر این مهم است که با استفاده از الگوی تعمیم‌یافته رتبه‌بندی مدل‌های پارامتریـک بـه ارزیـابی عملکرد مدل‌های متفاوت می‌پردازیم به این صورت کـه جریمـه‌هـای در نظـر گرفتـه شـده برای عملکرد مدل‌ها را به دو بخش تقسیم کنـیم؛ جریمـه نـوع اول بـرای ارزش در معـرض خطر در موقعیت خرید و جریمه نوع دوم ارزش در معرض خطر برای موقعیت فروش.

جریمه نوع اول شامل تخطی مشاهده واقعی از مشـاهده پـیش‌بینـی شـده و بـیش از حـد تخمین زدن مشاهده پیش‌بینی شده است که موجب تخصیص سرمایه بیش از حد مـی‌شـود. برای جریمه نوع دوم، وزنی از تخطی از مشاهده واقعی و کم تخمین زدن مقدار پـیش‌بینـی شده را در نظر می‌گیریم. یادآورd می‌شود که از نظـر اقتصـادی جریمـه نـوع اول در مـورد بحث اقدامات احتیاطی و نظارتی و هزینه فرصت اعمال شده است در صورتی جریمـه نـوع دوم بر درآمدهای سرمایه‌گذار متمرکز است.

ساختار تحقیق به این ترتیب است که در بخش دوم به پیشینه موضوع و معرفی کارهـای انجام شده در این زمینه می‌پردازیم. در بخش سوم مـدل‌هـای پارامتریـک متفـاوت ارزیـابی ارزش در معرض خطر معرفی شده‌اند. در بخش چهارم روشی برای مقایسه عملکـرد مـدل-های VaR با لحاظ کردن موقعیت معاملاتی سهامدار ارائه می‌شود. در بخش پـنجم معرفـی و تحلیل آماری داده‌ها آورده شده است. در بخش ششم و هفتم به‌ترتیب تخمین مـدل‌هـای پارامتریک خانواده GARCH و مقایسه عملکرد آن‌ها انجام شده و سرانجام خلاصـه‌ای از نتایج مقاله در بخش هشتم بیان شده است.

1- Berkowitz and Obrien

۲- پیشینه تحقیق

عملکرد پیش‌بینی مدل‌های ارزش در معرض خطر دارایی‌ها با توجه به موقعیت خرید یا فروش، برخی از خواص ناشی از غیراستاندارد بودن ویژگی آماری سری زمانی بازدهی تحت تاثیر قرار می‌گیرد. توزیع بازدهی‌ها در بازارهای مالی دارای خاصیت (i.i.d) و نرمال نیستند، زیرا اولا خوشه‌ای بودن تلاطم‌ها با استفاده از همبستگی بالای بین قدرمطلق و یا مربعات بازدهی‌ها قابل بیان است، ثانیا کشیدگی، یعنی تابع توزیع چگالی غیرشرطی بازدهی‌ها در اطراف میانگین کشیدگی بیشتر داشته و دارای خاصیت دمب پهن‌تر نسبت به توزیع نرمال است و سوم اینکه کشیدگی ملایم بازدهی‌ها به همانطور که در هاروی و سیدک[1] (۱۹۹۹) ، روکینگ و جان دوو[2] (۲۰۰۲) اشاره شده است به‌دلیل تغییر در طول زمان آن‌ها است.

جیوت و لاورنت با استفاده از مدل واریانس ناهمسانی APARCH با توابع توزیع نامتقارن برای بازدهی شاخص قیمت سهام چند بازار سهام مانند نیکی[3]، نزدک[4] و داکس[5] به محاسبه ارزش در معرض خطر در موقعیت خرید و فروش پرداختند. میتایک و پاولا[6] (۲۰۰۰) نشان دادند، مدل‌های خانواده GARCH که از تابع توزیع نامتقارن مانند توزیع t استفاده می‌کنند، می‌توانند پیش‌بینی بهتری را برای ارزیابی ارزش در معرض خطر دارایی نشان دهند.

لوپز (۱۹۹۸) در مقاله خود با در نظر گرفتن وزن‌های متفاوت برای بازده‌های پیش‌بینی شده در یک تابع زیان فرضی نشان داد که فقط میزان پوشش معیاری مناسب برای خوبی برازش مدل نیست، بلکه فاصله مقادیر تخمین زده شده و بازدهی‌های تحقق یافته نیز دارای اهمیت است.

شنر و دیگران[7] (۲۰۱۲) با ارائه تعریفی مشابه مقاله لوپز[8] (۱۹۹۸) به رتبه‌بندی عملکرد مدل‌های متفاوت ارزش در معرض خطر دارایی‌ها پرداخته‌اند. آن‌ها با استفاده از یک تابع زیان جدید و تعریف سنجه‌های تنبیهی متفاوت نشان دادند که مدل‌های پارامتریک دارای

1- Harvey, C. R. and A. Siddique
2- Rockinger, M. and E. Jondeau
3- NIKKEI
4- NASDAQ
5- DAX
6- Mittnik and Paollela
7- Sener *et. al*
8- Lopez

عملکرد بهتری نسبت به سایر مدل‌ها هستند. علاوه بر آن آوارتانی و کورادی[1](۲۰۰۵) ، فورتز و دیگران[2](۲۰۰۹)، جیاکومینی و وایت[3](۲۰۰۶)، هانسن[4](۲۰۰۵)، هانگ، لی و لیو[5](۲۰۰۸) و لوپز و دیبولد[6](۱۹۹۵) نیز از روش‌های حداقل مربعات خطا در پیش‌بینی داده‌های سری‌های زمانی بازارهای مالی به مقایسه مدل‌های استفاده شده پرداختند.

۳- مدل‌های پارامتریک ارزیابی VaR

به‌طور کلی ارزش در معرض خطربرای موقعیت خرید، زیان بالقوه[7]در ارزش یک دارایی ریسکی و یا سبد دارایی را روی دوره زمانی خاص در سطح اطمینان مشخص اندازه‌گیری می‌کند. همچنین می‌توان تعریف مشابهی را نیز برای مدل‌های ارزش در معرض خطر با لحاظ کردن موقعیت فروش ارائه کرد؛ به این صورت که ارزش در معرض خطر در این حالت برای یک سبد دارایی عبارت است از سود بالقوه[8] یک سبد دارایی در دوره زمانی مشخص و در سطح اطمینان مشخص. بنابراین اگر مقدار ارزش در معرض خطر در موقعیت خرید برای یک دارایی در یک هفته برای سطح اطمینان ۹۵ درصدی ۱۰۰ واحد (براساس واحد پول) تعیین شود، این به معنای آن است که ۵ درصد احتمال دارد که ارزش این دارایی بیش از ۱۰۰ واحد برای دوره مورد نظر افت کند و برعکس، اگر مقدار ارزش در معرض خطر برای موقعیت فروش برای یک دارایی در یک هفته برای سطح اطمینان ۹۵ درصدی ۱۰۰ واحد (براساس واحد پول) تعیین شود به آن معناست که ۵ درصد احتمال دارد که ارزش این دارایی بیش از ۱۰۰ واحد برای دوره مورد نظر افزایش یابد.

در شکل تئوریک تابع چگالی استفاده شده برای ارزیابی ارزش در معرض خطر با لحاظ کردن موقعیت معاملاتی سهامدار (خرید یا فروش) تابع چگالی توزیع نرمال است، اما در عمل و با در نظر گرفتن انواع ریسک‌های بازاری و غیربازاری (مانند نقدینگی) غیر از این فرض نیز رخ می‌دهد.

1- Awartani and Corradi
2- Fuertes
3- Giacomini and White
4- Hansen
5- Hung, J. C., Lee and Liu
6- Lopez and Diebold
7- Potential Loss
8- Potential Profit

سه جزء اصلی در ارزیابی ارزش در معرض خطر دارایی‌ها وجود دارد؛ سطح مشخصی از زیان وارده، دوره زمانی ثابت به‌گونه‌ای که بتوان ریسک را ارزیابی کرد و سطح اطمینان مورد نظر. علاوه بر آن ارزش در معرض خطر می‌تواند برای یک دارایی یا برای سبدی از دارایی‌ها و یا برای کل موسسه مالی انجام شود.

۱-۳- مدل‌های خانواده گارچ[۱]

مدل‌های پارامتریک برای واریانس شرطی و میانگین شرطی بر اساس این فرض است که فرآیند حرکتی بازدهی‌ها دارای خاصیت به شکل معادله (۱) هستند.

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t = \mu_t + \sigma_t z_t \qquad (۱)$$

به طوری که μ_t و σ_t پارامترهای قابل اندازه‌گیری و $z_t \overset{iid}{\sim} fz(.)$ که در آن fz یک تابع توزیع است. در مدل‌های اصلی GARCH و ARCH فرض بر این است که z_t دارای توزیع نرمال است که به مرور زمان مشخص شد که این فرض برای این دسته از سری‌های زمانی شرط کافی نیست. مدل‌های شرطی با خاصیت همسانی واریانس وابسته به زمان باشد، یعنی مدل ARMA(p,q) به شکل معادله(۲) باشند.

$$\mu_t = a_۰ + \sum_{i=۱}^{p} a_i r_{t-i} + \sum_{j=۱}^{q} a_۰ \varepsilon_{t-j} \qquad (۲)$$

مدل‌های ناهمسانی واریانس شرطی پارامتریک که فرض می‌شود واریانس به صورت تابعی از گذشته باشد، کاربرد فراوانی دارد که عمومی‌ترین شکل این مدل‌ها همان مدل‌های GARCH(r,s) هستند که توسط بولرسلو[۲](۱۹۸۶) به صورت معادله (۳) معرف شده است.

$$\sigma_t^۲ = c_۰ + \sum_{i=۱}^{r} c_i \varepsilon^۲_{t-i} + \sum_{j=۱}^{s} d_j \sigma^۲_{t-j} \qquad (۳)$$

برای در نظر گرفتن تاثیرات نامتقارن روی تلاطم ها نلسون (۱۹۹۱) مدل GARCH نمایی را پیشنهاد داد. گلستن و دیگران[۳] (۱۹۹۳) به توسعه مدل GARCH پرداخته و مدل-های GJRGARCH (p,d,q) به صورت معادله (۴) را ارائه دادند.

1- GARCH Ffamily Models
2- Bollerslev
3- Golsten *et. al*

$$\sigma_t^2 = K + \delta\sigma_{t-1}^2 + \alpha\varepsilon_{t-1}^2 + \phi\varepsilon_{t-1}^2 I_{t-1}$$
$$I_{t-1} = \begin{cases} 0 & \varepsilon_{t-1} > 0 \\ 1 & \varepsilon_{t-1} < 0 \end{cases} \qquad (۴)$$

در حالت کاربردی برای این دسته از مدل‌ها می‌توان فروضی را برای تابع توزیع جملات اختلال $z_t = \varepsilon_t$، یعنی f_z در معادله (۱) نظر گرفت: توزیع نرمال، توزیع t، و توزیع t نامتقارن با تابع توزیعی که در معادله(۵) به آن اشاره شده است.

$$f(z;d,v,\theta) = C\left(1+\frac{(-z\theta)^d}{v}\right)^{-\frac{v+1}{d}} \mathrm{I}(z<0) + C\left(1+\frac{(-z\theta)^d}{v}\right)^{-\frac{v+1}{d}} \mathrm{I}(z\geq 0) \qquad (۵)$$

که در آن $d,\theta,v \in \mathbb{R}^+$ ، $\mathrm{I}(.)$ تابع نشانگر، $C = [(\theta+\theta^{-1})d^{-1}v^{1/d}B(d^{-1},v)]^{-1}$ و $\mathrm{B}(.)$ تابع بتا است. تابع توزیع تجمعی برای استفاده در مدل ارزش در معرض خطر برای موقعیت خرید و فروش سهام به صورت معادله (۶) است.

$$F(z) = \begin{cases} I_L(v,1/d) & \text{if } z \leq 0 \\ I_U(v,1/d)/(1+\theta^{-2}) + (1+\theta^2)^{-1} & \text{if } z>0 \end{cases} \qquad (۶)$$

به‌طوری که در آن $(a,b>0)$ $I_x(a,b) = \frac{B_x(a,b)}{B(a,b)} = \frac{1}{B(a,b)}\int_0^x t^{a-1}(1-t)^{b-1}dt$ است. در این صورت مقدار ارزش در معرض خطر برای دارایی مطرح شده با توجه به موقعیت معاملاتی خرید به صورت $\mu_t + \sigma_t\ \mathrm{skw}_{t,\alpha,\xi}$ و برای موقعیت معاملاتی فروش به صورت $\mu_t + \sigma_t\ \mathrm{skw}_{t,1-\alpha,\xi}$ محاسبه می‌شود که در آن $\mathrm{skw}_{t,\alpha,\xi}$ مقدار کوانتیل چپ در سطح $\alpha\%$ تابع توزیع نامتقارن نرمال و یا توزیع t است.

٤- مقایسه عملکرد مدل‌های ارزش در معرض خطر با لحاظ کردن موقعیت معاملاتی

در این بخش با تعمیم روش شنر و دیگران به ارائه چارچوبی منسجم برای ارزیابی عملکرد مدل‌های متفاوت در محاسبه ارزش در معرض خطر با در نظر گرفتن موقعیت‌های خرید و فروش معامله‌گران می‌پردازیم. یک روش رتبه‌بندی و یک آزمون آماری توانایی پیش‌بینی مکمل را برای تحلیل برتری نسبی مدل‌های متفاوت برای شاخص قیمت بورس تهران در نظر می‌گیریم. توجه داشته باشیم که ارزش در معرض خطر دارایی در موقعیت خرید به

صورت $VaR_{\alpha}^{L}(L)=\inf\{l;P(L>l)\leq ۱-\alpha\}$ و ارزش در معرض خطر آن در موقعیت فروش به شکل $VaR_{\alpha}^{S}(\rho)=\sup\{\rho;P(\pi>\rho)\leq ۱-\alpha\}$ نشان داده می‌شود.

۱-٤- روش‌شناسی ارزیابی عملکرد مدل

ارزیابی موثر و هدفمند برای روش‌های متفاوت ارزش در معرض خطر با در نظر گرفتن موقعیت‌های خرید و فروش باید دربرگیرنده تابع زیان قابل قبولی باشد به‌گونه‌ای که این تابع زیان مقدار عددی را برای انعکاس نظارت قانون‌گذار و محدودیت‌های مورد توجه مدیریت ریسک فراهم آورد. تخمین بیش از حد یا کمتر از حد واقع بازدهی‌ها موجب چولگی در قضاوت مدیر ریسک می‌شود، اما تابع زیان به‌عنوان ابزاری برای سنجش میزان دقت پیش‌بینی استفاده می‌شود.

در توابع زیان موردنظر محدودیتی برای تعریف خطا وجود ندارد و روش‌هایی که یک تابع خطا می‌تواند براساس آن تعریف شود براساس هدف موجود متفاوت است. به‌طور کلی خطاها به صورت یک تابع از مقادیر تحقق یافته و تخمین‌زده شده هستند. بنابراین در تعریف ارزش در معرض خطر اگر $VaR_{j,t}$ مقدار ارزش در معرض خطر پیش‌بینی شده در زمان t با استفاده از مدل j باشد و $l_{j,t}$ تابع زیان باشد که دارای شکل کلی معادله (۷) است.

$$l_{j,t}=\begin{cases} f(x_t,VaR_{j,t}) \text{ if } x_t \geq VaR_{j,t} \\ h(x_t,VaR_{j,t}) \text{ if } x_t \leq VaR_{j,t} \end{cases} \qquad (۷)$$

که در آن x_t بازدهی تحقق یافته در زمان t است درصورتی که $f \neq h$ باشد یک تابع زیان قاعده‌مندی برای تخمین کمتر و یا بیش از حد برآورد شده، به‌دست آید. اگر $f \geq h$ باشد، بنابراین شدت بیش از حد برآورد شدن قابل توجه است. همچنین اگر $f \leq h$ باشد کمتر برآورد شدن قابل توجه بوده و وضعیت موجود مطلوب نیست. در حالتی که $f=h$ است وزن‌های مساوی به خطاهای بیش از حد برآورد شده و خطاهای کمتر از حد برآورد شده داده می‌شود.

در جدول (۱) برخی از توابع زیانی که در ادبیات این مبحث رایج هستند، معرفی شده است. در هرکدام از این مثال‌ها به‌جز حالتی که تابع زیان قاعده‌دار شکل خطی دارد، خاصیت $f=h$ برقرار است.

مشابه با تابع زیان تعریف شده برای بازدهی‌های منفی و موقعیت خرید تابع زیانی به صورت

$$l'_{j,t} = \begin{cases} f'(x_t, VaR_{j,t}) \text{ if } x_t \geq VaP_{j,t} \\ h'(x_t, VaR_{j,t}) \text{ if } x_t \leq VaP_{j,t} \end{cases}$$

برای بازدهی‌های مثبت و موقعیت فروش تعریف می کنیم. یادآور می‌شود در این بخش برای بازدهی‌های مثبت مراحل کار مشابه بازدهی‌های منفی بوده و متغیرهای مرتبط به بازدهی مثبت با علامت پریم نشان داده می‌شود.

در تابع قاعده‌ای که در جدول (۱) نشان داده شده است Θ مقدار ارزش در معرض خطر را نشان می‌دهد. مقادیر عددی تولید شده توسط تابع زیان برای بازدهی‌های مثبت و بازدهی‌های منفی می‌تواند برای رتبه بندی دقت پیش‌بینی این روش‌ها به‌کار برده می‌شود. از آنجا که ارزیابی پیش‌بینی معمولی که بر اساس روش غیرشرطی باشد، دارای خطای زیادی است. بنابراین یک مدل رتبه‌بندی کامل علاوه بر در نظر گرفتن تعداد زیان‌های پیش‌بینی نشده باید بزرگی و درجه خوشه‌ای بودن زیان‌های پیش‌بینی نشده را نیز در نظر بگیرد. علاوه بر آن مدل باید تخصیص نامناسب سرمایه را نیز جبران کند.

جدول(۱)- تعریف انواع تابع زیان ارزیابی پیش‌بینی

ردیف	نام تابع زیان ارزیابی پیش بینی	تعریف
۱	میانگین مربعات خطا (MSE)	$l_{j,t} = (VaR_{j,t} - x_t)^{۲}$
۲	خطای مطلق	$l_{j,t} = \left\|VaR_{j,t} - x_t\right\|$
۳	قاعده خطی	$l_{j,t} = (\Theta - ۱(x_t < VaR_{j,t}))(x_t - VaR_{j,t})$
٤	خطی نمایی	$l_{j,t} = \exp(\alpha(VaR_{j,t} - x_t)) - \alpha(VaR_{j,t} - x_t) - ۱; \alpha \in \mathbb{R}$
٥	لگاریتمی	$l_{j,t} = (\ln(x_t) - \ln(VaR_{j,t}))^{۲}$
٦	جهت تغییرات	$l_{j,t} = ۱\{(x_{t+۱} - x_t) \neq (VaR_{j,t+۱} - x_t)$

براساس اطلاعات موجود در مقالات مشابه، تابع زیانی که تمام ویژگی‌های فوق را داشته باشد، وجود ندارد. بنابراین تصمیم‌گیری رایجی در ادبیات مربوط به این کار این است که از توابع زیان متفاوت به‌گونه‌ای که شامل اطلاعات مکمل همدیگر باشند، استفاده می‌شود.

۲-٤- رتبه‌بندی مدل

از آنجا که ارزش در معرض خطر برای موقعیت خرید به عنوان یک اندازه به دمب منفی توزیع بازدهی و ارزش در معرض خطر برای موقعیت فروش به عنوان اندازه‌ای از دمب مثبت توزیع بازدهی مربوط است، بنابراین مدل رتبه‌بندی ارائه شده فضای بازدهی مثبت و منفی را برای خطاهای پیش‌بینی شده ممکنه جست‌وجو می‌کند.

با توجه به تابع زیان داده شده در معادله (۷) برای $f \neq h$ مدلی برای تبدیل فضای بازدهی منفی به دو بخش: فضای سالم[1] و فضای تخطی[2] در نظر گرفته می‌شود. فضای سالم بازدهی‌های تحقق یافته منفی را که بالاتر از ارزش در معرض خطر محاسبه شده قرار دارند را در نظر می‌گیرد و فضای تخطی زیان‌های غیرقابل انتظار بازدهی منفی را که در زیر ارزش در معرض خطر ارزیابی شده قرار گرفته‌اند، نشان می‌دهد. به‌عبارت دیگر، فضای سالم فاصله‌ای که تا میزان سرمایه کارا مورد نیاز است، اندازه گرفته و فضای تخطی مقدار ریسک ورشکستگی و یا ریسک ثبات مالی را اندازه‌گیری می‌کند.

در فضای تخطی دو شرط عمده را برای ارزیابی مدل استفاده شده بکار می‌بریم؛ بزرگی مقدار زیان غیرقابل انتظار و خوشه‌ای بودن زیان غیرقابل انتظار. این دو شرط یک شاخص مقداری که از این به بعد آن را اندازه تنبیهی[3] می‌نامیم، ایجاد می‌کند. بزرگی مقدار یک زیان غیرقابل انتظار می‌تواند به صورت تفاوت میان بازده تحقق یافته و اندازه ارزش در معرض خطر ارزیابی شده به‌دست آید. فرض می‌شود بازدهی تحقق یافته در زیر مقدار ارزش در معرض خطر ارزیابی شده قرار بگیرد. به‌عبارت دیگر، این مقدار زیان غیرقابل انتظار در معادله (۸) تعریف شده است.

$$\varepsilon_t = VaR_t - x_t;\ x_t < VaR_t \qquad (۸)$$

برای بازدهی مثبت روش به گونه‌ای دیگر است؛ در بازدهی مثبت که همان موقعیت فروش برای سرمایه‌گذار است در صورتی که مدل موجب تخمین بیش از حد بازدهی واقعی شود سرمایه‌گذار دچار تخمین سود بیش از حد برای سبد دارایی می‌شود. بنابراین، فضای ناسالم در حالت بازدهی مثبت به صورت سود بیش از حد تخمین زده شده است،

1- Safe Space
2- Violation Space
3- Penalization Measure

یعنی $x_t < VaP_t$;$\varepsilon'_t = VaR_t - x_t$ تعریف می‌شود. از آنجا که بازآرایی اطلاعات به اندازه تخطی‌ها وابسته است، تعداد این تخطی‌ها در مدل به صورت صریح آورده می‌شود.

کوئستر و دیگران [1] (۲۰۰۶) یک آزمون آماری پوشش غیرشرطی تخطی‌ها [2] را برای ارزیابی روش‌های متفاوت ارزش در معرض خطر معرفی کرده‌اند. به صورت خلاصه پوشش غیرشرطی تخطی‌ها تعیین می‌کنند که آیا روش‌های استفاده شده تعداد دقیق زیان‌های غیرقابل انتظار را بیان می‌کنند یا خیر.

در مدل رتبه‌بندی استفاده شده بدون اینکه از یک رویکرد آماری استفاده شود به تعیین بزرگی زیان‌های غیرقابل انتظار پرداخته‌ایم، علاوه بر آن تعداد زیان‌های غیرمنتظره را نیز به صورت صریح به عنوان پارامتر تنبیهی آورده‌ایم. به‌عبارت دیگر، خوشه‌ای از زیان‌های غیرمنتظره برای بازدهی منفی به عنوان دنباله‌ای از زیان‌های غیرمنتظره تعریف شده‌اند که منظور همان تعداد نوسانات پی‌درپی است. یک نوسان تنها را به عنوان یک خوشه در نظر می‌گیریم و یک نوسان z - خوشه‌ای [3] را نشانگر نوسانات پی در پی به تعداد z می‌دانیم. یک نوسان z – خوشه‌ای متناظر با تعداد زیان‌های غیرمنتظره‌ای خواهد بود که در این نوسان رخ می‌دهد، z_i نشان‌دهنده طول iامین خوشه است. بنابراین مقداری که به این خوشه نسبت داده می‌شود به‌وسیله C_i نشان داده می‌شود که به‌صورت معادله (۹) محاسبه می‌شود.

$$C_i = \prod_{b=۱}^{z_i} (۱+\varepsilon_{b,i}) - ۱ \qquad (۹)$$

$\varepsilon_{b,i}$، bامین زیان غیرمنتظره در خوشه iام را نشان می‌دهد و iامین خوشه دارای زیان‌های غیرمنتظره‌ای به تعداد z_i است. برای بازدهی مثبت نیز تعریف مشابهی داریم. بازدهی‌های خوشه‌ای به عنوان یک مفهوم غیرآماری برای اندازه‌گیری شدت خطای همبستگی به‌حساب می‌آیند.

کوئستر و دیگران برای مقایسه مدل‌های جایگزین یک آزمون آماری برای نوسانات مستقل معرفی کرده‌اند. روش استفاده شده در این تحقیق نیز مشابه این روش استفاده است به گونه‌ای که روش رتبه‌ای یک مقدار را برای تنبیه همبستگی بین زیان‌های غیرمنتظره با استفاده از ابزارهای غیرآماری درنظر گرفته شده است.

1- Kuester
2- Violation Unconditional Converging
3- Z-clustering

همچنین ممکن است در این فضای تخطی بیش از یک خوشه وجود داشته باشد. از این رو برای اطمینان به این روش تعداد فوق را با α نشان می‌دهیم. در این حالت علاوه بر خوشه‌های درست شده، تاثیر متقابل این خوشه‌ها بر همدیگر نیز در تابع زیان همبستگی لحاظ می‌شود. شدت این تاثیر متقابل با استفاده از نسبت معکوسی از تابع نسبی از فاصله میان خوشه‌ها مقداردهی می‌شود. انگیزه‌ای که برای تعریف این چنین تابعی وجود دارد، برخاسته از کاهش شدت تاثیر متقابل میان خوشه‌های بازدهی در قیاس با افزایش فاصله میان خوشه‌های موجود در بازدهی‌ها است. به طور دقیق‌تر فرض کنیم که k فاصله میان دو خوشه باشد و برای ساده‌سازی موضوع مقدار 1/k را به عنوان اندازه شدت این تاثیر متقابل می‌گوییم. بنابراین مقداری که به تاثیر متقابل میان iامین خوشه و i+mامین خوشه اختصاص داده می‌شود به صورتی که در معادله (۱۰) محاسبه شده، نشان داده می‌شود.

$$C_i * C_{i+m} = \frac{۱}{k_{i,i+m}} \left(\prod_{b=۱}^{z_i} (۱+\varepsilon_{b,i}) * \prod_{b=۱}^{z_{i+m}} (۱+\varepsilon_{b,i+m}) - ۱ \right) \qquad (۱۰)$$

به‌طوری که $k_{i,i+m}$ فاصله یا زمان میان iامین و i+mامین خوشه و m هم عدد انتخابی مناسب نسبت به تعداد کل خوشه‌ها α است. توجه شود که $C_i * C_{i+m}$ شامل اطلاعاتی از زیان غیرمنتظره و زیان غیرمنتظره حاصل از خوشه‌ها است.

در حالتی که بازدهی مثبت داشته باشیم سود خوشه‌ای برای آن‌ها به صورت مشابه تعریف شده است با این تفاوت در حالت بازدهی مثبت برای کاهش تاثیر جریمه هرچه خوشه‌ها از همدیگر دور شوند تاثیرگذاری آن‌ها بر هم باید بیشتر کاهش یابد. بنابراین، از مجذور فاصله این خوشه‌ها استفاده کرده‌ایم[1]، یعنی $C'_i * C'_{i+m} = \frac{۱}{k^{۲}_{i,i+m}} \left(\prod_{b=۱}^{z_i} (۱+\varepsilon'_{b,i}) * \prod_{b=۱}^{z_{i+m}} (۱+\varepsilon'_{b,i+m}) - ۱ \right)$ است.

برای به‌دست آوردن یک زیان کلی می‌توان مقدار این ترکیب‌های موجود از این زیان‌ها را با هم جمع کرد. این زیان کلی را اندازه تنبیهی[2] برای فضای تخطی می‌نامیم و مقدار آن را با Φ و Φ' نشان می‌دهیم که در رابطه (۱۱) محاسبه شده است.

۱- این مدل مشابه کار نلسون ۱۹۹۱ برای عدم تقارن بین بازدهی منفی و بازدهی مثبت است، زیرا فرض بر این است که خبر بد بازار را بیشتر تحت تاثیر قرار می‌دهد.

2- Penalization Measure

$$\Phi = \sum_{i=1} \sum_{m=1} C_i * C_{i+m}$$
$$\Phi' = \sum_{i=1} \sum_{m=1} C'_i * C'_{i+m} \quad (11)$$

همانگونه که از معادله (۱۱) مشاهده شود هرچه فاصله میان خوشه‌ها بیشتر شود شدت تاثیر متقابل خوشه‌ها بر هم دیگر کاهش می‌یابد که این موجب کاهش مقدار Φ می‌شود. در فضای سالم تخصیص سرمایه بیش از حد دارای هزینه است به گونه‌ای که موجب کاهش سود بنگاه یا بانک می‌شود که ممکن است باعث کاهش عملکرد اقتصادی بنگاه شود. اما از آنجا که یک افزایش در تخصیص سرمایه موجب بی‌ثباتی در اقتصاد و یا نکول نمی‌شود، تنبیه همبستگی میان بازدهی‌های منفی بیشتر از اندازه ارزش در معرض خطر موجب تخمین بیش از حد قدرت تنبیهی برای فضای سالم می‌شود.

از دید اقتصادی یک مدیر ریسک ممکن است به سود کمتری که به‌دلیل افزایش میزان تخصیص سرمایه باشد، رضایت دهد تا اینکه به زیان‌های غیرمنتظره. بنابراین، اثر تنبیهی را برای حالتی که همبستگی بین تخصیص سرمایه نامناسب باشد در نظر نمی‌گیریم و برای بازدهی مثبت نیز اندازه تنبیهی به صورت مشابه تعریف می‌کنیم.

یادآور می‌شود که اندازه تنبیهی برای فضای سالم (بازدهی مثبت یا بازدهی منفی) به‌خاطر اجتناب از تخصیص سرمایه بیش از حد است. بنابراین، فقط روی مقادیر منفی از بازدهی که بالاتر از اندازه ارزش در معرض خطر قرار گرفته‌اند، تمرکز می‌کنیم؛ یعنی اینکه در بازدهی مثبت اندازه تنبیهی شامل تخصیص بهینه سرمایه وجود ندارد.

مقدار خطا برای بازدهی منفی مدنظر قرار گرفته می‌شود و اندازه خطا به طور ساده برابر با فاصله میان ارزش در معرض خطر به‌دست آمده و بازدهی تحقق یافته است. می‌توان مجموع این خطاها را به‌دست آورده و آن را با Ψ نشان داد که همان اندازه تنبیهی برای فضای سالم نام دارد که در معادله (۱۲) نشان داده شده است.

$$\Psi(VaR_t, x_t) = \sum_{t=1}^{T} [1(x_t > VaR_t \mid x_t < 0)](x_t - VaR_t) \quad (12)$$

که در آن T تعداد کل نمونه‌ها و تابع نشانگر $[1(x_t > VaR_t \mid x_t < 0)]$ خطاها را به فضای سالم محدود می‌کند. علاوه بر آن برای فضای سالم بازدهی مثبت نیز اندازه تنبیهی به صورت $\Psi'(VaR_t, x_t) = \sum_{t=1}^{T} [1(x_t > VaR_t \mid x_t > 0)](x_t - VaR_t)$ دارد برای هر سبد

دارایی وزنی که هرکدام از دو فضای معرفی شده در مدل رتبه‌بندی پیشنهادی دارند، حائز اهمیت است. هرچه مقدار کوانتیل ارزش در معرض خطر، یعنی Θ کاهش یابد، نسبت فضای سالم به فضای تخطی افزایش می‌یابد. وزن انتخاب شده باید به صورت تابعی از کوانتیل انتخاب شده باشد.

این نکته قابل یادآوری است که در مدل‌های ارزش در معرض خطر تخمین کمتر از حد مطلوب‌تر از تخمین بیش از حد دارایی‌های در معرض خطر است. چنانچه تخمین بیش از حد ارزش در معرض خطر موجب افزایش زیان غیرمنتظره می‌شود، اما تخمین کمتر از حد فقط سود کمتری را پیش بینی می‌کند.

مشابه تابع زیان بحث شده در بخش سوم، فضای سالم موزون به Θ و فضای ناسالم موزون به $(1-\Theta)$ می‌شود. در نهایت تعداد کل مشاهداتی که در مدل استفاده شده‌اند نیز برای نشان دادن مقیاس نمونه استفاده می‌شود به‌گونه‌ای که $T^* < T$ تعداد بازدهی منفی و در آن تعداد کل بازدهی‌های مثبت داده‌های نمونه‌ای $T-T^*$ است. اندازه تنبیهی برای ترکیب فضای تخطی و فضای سالم بازدهی‌های مثبت و منفی در معادله (۱۳) محاسبه شده است.

$$PM(\theta, x, VAR) = \frac{1}{T^*}[(1-\theta)\ \Phi(x, VAR) + \theta\ \Psi(VaR_t, x_t)]$$
$$PM'(\theta, x, VAR) = \frac{1}{T-T^*}[(1-\theta)\ \Phi'(x, VaR) + \theta\ \Psi'(VaR_t, x_t)] \qquad (۱۳)$$

علاوه برآن نسبت زیر برای نسبت مقدار تنبیهی هر مدل نیز محاسبه شده است. هرچه مدل استفاده شده دارای نسبت بالاتری باشد، آن مدل بدتر است (معادله (۱۴)).

$$Ratio_j = \frac{PM_j}{\sum_{i=1}^{n} PM_i}$$
$$Ratio'_j = \frac{PM'_j}{\sum_{i=1}^{n} PM'_i} \qquad (۱۴)$$

با استفاده از نسبت معادله (۱۴) می‌توانیم مدل‌های ارزیابی ارزش در معرض خطر برای دو موقعیت خرید و فروش را از بهترین مدل تا بدترین مدل رتبه‌بندی کنیم. این نسبت مشابه با آماره ارزیابی توانایی پیش‌بینی است. در این مقاله از معادلات (۸) تا (۱۴) برای رتبه بندی مدل‌های ارزش در معرض خطر استفاده می‌کنیم.

۳-٤- آزمون توانایی پیش‌بینی مکمل[1]

هنگامی که به مقایسه آماری روش‌های پیش‌بینی می‌پردازیم، آزمون توانایی پیش‌بینی می‌تواند مکملی برای چارچوب رتبه‌بندی مدل‌ها باشد. برای این منظور به طور مختصر روش‌های آماری دیبولد و مارینو[2] (۱۹۹۵) و وایت[3] (۲۰۰۰) برای آزمون توانایی پیش‌بینی می‌پردازیم.

فرض می‌شود که برای دنباله‌ای از سری‌های زمانی $\{x_t\}_{t=1}^{T}$ دو نوع پیش‌بینی به صورت $\{g_{i,t}\}_{t=1}^{T}$ و $\{g_{j,t}\}_{t=1}^{T}$ وجود داشته باشد. همچنین فرض کنیم که خطاهای متناظر با این دونوع پیش‌بینی به صورت $\{g_{i,t}\}_{t=1}^{T}$ و $\{g_{j,t}\}_{t=1}^{T}$ باشد. یک تابع زیان دلخواه می‌توان به صورت تابعی از داده‌های واقعی و مقادیر پیش‌بینی شده به صورت $l(x_t, g_{i,t})$ تعریف شود. بیشتر این تابع به‌شکل تابعی صریح از جملات خطا، $l(x_t, g_{i,t}) = l(e_{i,t})$ است که به اختصار به صورت $l(e_{i,t}) = l_{i,t}$ نشان داده می‌شود. علاوه بر آن، اگر تفاضل سری‌های زیان را به صورت $\{k_t\}_{t=1}^{T} = \{l_{i,t} - l_{j,t}\}_{t=1}^{T}$ نشان دهیم، بنابراین فرضیه صفر که مساوی بودن دقت دو آماره پیش‌بینی‌کننده است به صورت معادله شماره (۱۵) در نظر گرفته می‌شود.

$$H_o : E[k_t] = 0 \qquad (۱۵)$$

دیبولد و مارینو روش‌های متفاوتی را برای آزمون کردن این فرضیه پیشنهاد کرده‌اند. وایت (۲۰۰۰) نیز چارچوبی را برای مقایسه n روش پیش‌بینی به‌دست آورد و یک آزمون را برای توانایی پیش‌بینی برتر[4] که به روش تحقیق واقعی بودن (RC)[5] معروف است. در این مورد یک روش مبنا برای انتخاب یک برداری از تفاضل سری‌های زیان متناظر با هر روش پیش‌بینی در نظر گرفته می‌شود.

اگر فرض شود که سری زمانی تفاضلی زیان به صورت $\{k_{j,t}\}_{t=1}^{T} = \{l_{1,t} - l_{j,t}\}_{t=1}^{T}$ تعریف شده باشد به گونه‌ای که $l_{1,t}$ متناظر با تابع زیان مرتبط با خطای پیش‌بینی روش مبنا باشد. برای بردار تولید شده $k_t^* = (k_{2,t}, ..., k_{n,t})$ فرضیه صفر به شکل معادله (۱۶) خواهد بود.

$$H_o : E[k_t^*] \leq 0 \qquad (۱۶)$$

1- Complementary Predictive Ability Test
2- Diebold and Marino
3- White's
4- Superior Predictive Ability
5- Reality Check

نکته قابل توجه در بخش این است که کدام یک از روش‌های پیش‌بینی استفاده شده عملکرد بهتری نسبت به روش مبنا دارند. این روش به بررسی و مقایسه دو روش پیش‌بینی در بازه زمانی مشخصی در مقابل سایر روش‌ها به صورت همزمان می‌پردازد. بنابراین سری زیان تفاضلی فقط تابعی از دو روش است، یعنی $k_{j,t} = y(l_{1,t}, l_{j,t})$.

در چارچوب روش استفاده شده در این تحقیق فرضیه صفر آماره آزمون مکمل به صورت مشابه طراحی می‌شود؛ سری‌های زیانی که به‌وسیله هر روش انتخابی به‌دست می‌آید دارای نتایج بدتری نسبت به سایر سری‌های زیان نیستند. برای در نظر گرفتن مقایسه تمام روش‌ها با همدیگر بجای تفاضل سری‌های زیان می‌توان از تفاضل سری‌ها که به شکل معادله (۱۷) تعریف می‌شوند، استفاده کنیم.

$$\left\{k_{j,t}\right\}_{t=1}^{T} = \left\{\frac{l_{j,t}}{\sum_{i=1}^{n} l_{i,t}}\right\}_{t=1}^{T} \tag{۱۷}$$

تمام n روش موجود مدنظر قرار گرفته و در صورتی که تمام روش‌ها دارای دقت برابر باشند، مقدار این نسبت 1/n می‌شود. بنابراین فرض صفر در این روش به صورت معادله (۱۸) آمده است.

$$H_o : \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} k_{j,t} \leq \frac{1}{n} \tag{۱۸}$$

یک آماره آزمون دو جمله‌ای بر اساس روش دیبولد و مارینو (۱۹۹۵) به صورت معادله (۱۹) نیز می‌تواند تعریف شود.

$$W_j = \sum_{t=1}^{T} 1(k_{j,t} > \frac{1}{n}) \tag{۱۹}$$

علاوه بر آن فرض می‌شود که این نسبت‌های زیان دارای توزیع مستقل و یکسان (i.i.d) باشند. آماره آزمون دارای دارای توزیع نرمال باشد. اگر p نشان دهنده احتمال $k_{j,t} > 1/n$ باشد، معادله (۲۰) را خواهیم داشت. این آماره داری توزیع نرمال استاندارد است. مزیت این روش این است که روش‌های متفاوت می‌توانند به صورت همزمان بکار گرفته شوند.

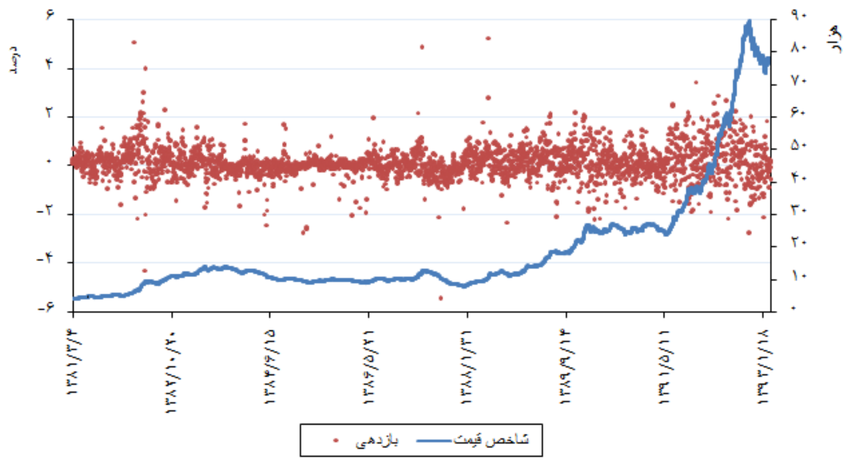
$$\hat{W_j} = \frac{W_j - pT}{\sqrt{p(1-p)T}} \tag{۲۰}$$

۵- معرفی داده‌ها

برای بررسی عملکرد مدل‌های خانواده GARCH در ارزیابی ارزش در معرض خطر بـرای موقعیت‌های متفاوت خرید و یا فروش از داده‌های سری زمانی روزانه شـاخص کـل قیمـت بورس اوراق بهادار تهران[1] برای ۱۱ سال (سال ۱۳۸۰ تـا خـرداد ۱۳۹۳) اسـتفاده کـرده‌ایـم. بازدهی این سری زمانی با استفاده از رابطه $y_t = \ln(p_t / p_{t-1})*100$ به‌دست آمـده کـه در آن p_t مقدار شاخص کل قیمت در زمان t است.

روند حرکتی بازدهی بازار سهام و رونـد حرکتـی شـاخص کـل قیمتـی در دوره زمـانی مورد نظر در نمودار (۱) آورده شده است. همانطور که این نمودار نشان می‌دهـد، در بـازه-های زمانی که شاخص کل دارای روند ثابت و یا نزولی بوده است، تلاطم‌هـای بـازدهی در دامنه کوچک‌تری نیز محدود می‌شوند.

نمودار (۱)- بازدهی بازار بورس تهران (محور چپ) و روند قیمت شاخص کل



در جدول (۲) به برخی از خصوصیات آماری داده‌های بازدهی بازار سهام تهران در این دوره اشاره شده است.

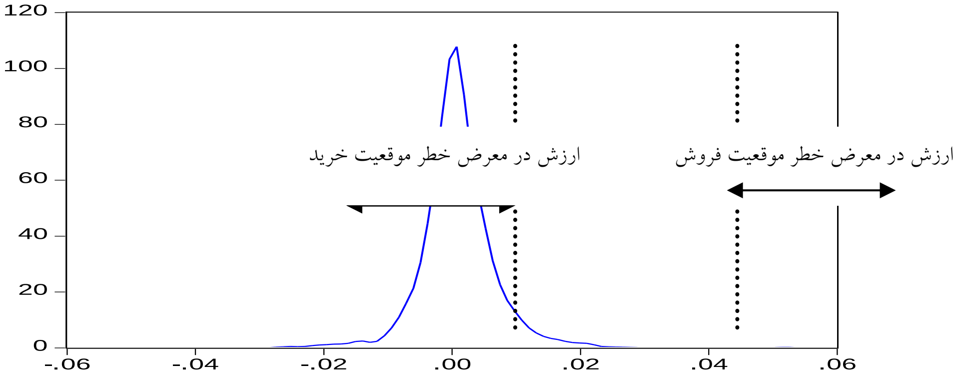
1- Tehran Exchange Price Index; www.irbourse.com

جدول (۲)- ویژگی‌های آماری بازده شاخص سهام تهران

میانگین	۰/۱۰۹
میانه	۰/۰۵۱
انحراف معیار	۰/٦٦
چولگی	۰/۳۷
کشیدگی	۱۰/٥٦
مقدار آماره جارک-برا	٦٨٨۲

مقدار آماره جارک-برا[1] در جدول (۲) تایید می‌کند که این داده‌ها دارای توزیع نرمال نیستند. تابع توزیع کرنل این سری زمانی در نمودار (۲) برای محاسبه ارزش در معرض خطر در موقعیت‌های متفاوت معاملاتی خرید یا فروش رسم شده است.

نمودار (۲)- نمودار تابع توزیع کرنل بازدهی



٦- تخمین مدل‌های خانواده GARCH با استفاده از توابع توزیع نامتقارن

در این بخش با استفاده از مدل‌های خانواده GARCH که شامل (GARCH، EGARCH و GJRGARCH) به تخمین مقدار ارزش در معرض خطر دارایی‌ها با لحاظ کردن موقعیت معامله گر برای بازار سهام تهران می‌پردازیم. مقدار آماره آزمون دیکی-

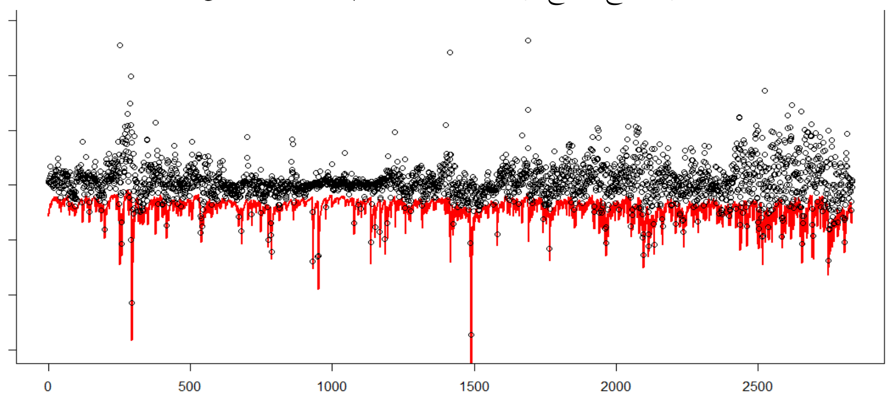
1- Jarque- Bera

فولر تعمیم یافته[1] برای داده‌ها ۸/۳۸- است، بنابراین در سطح معناداری یک درصد فرض نامانا بودن داده‌ها رد می‌شود.

در ابتدا نمودارهای رسم شده نتایج حاصل از ارزیابی ارزش در معرض خطر با توجه به موقعیت متفاوت معامله‌گر برای توابع توزیع نامتقارن رسم می‌شود. برای جلوگیری از تکراری شدن بحث نیز نتایج مورد نظر برای دو مدلی که تخمین دقیق‌تری دارند، یعنی EGARCH و GJRGARCH آورده شده است. آزمون‌های تشخیصی[2] تایید می‌کنند که مدل‌های تخمین زده شده مناسب هستند. نتایج حاصل از تخمین مدل‌ها و ضرایب آن‌ها در ضمیمه آورده شده است.

برای نشان دادن تاثیر نامتقارن اخبار خوب و بد در بازار سهام تهران از مدل EGARCH(1,1)-ARMA(1,2) استفاده شده است، در نمودارهای (۳) و (۴) نتایج حاصل از مدل ارزش در معرض خطر با در نظر گرفتن موقعیت معاملاتی سهامدار در سطح اطمینان ۹۵ درصد برای حالتی که تابع توزیع جملات خطا نرمال نامتقارن باشد، آورده شده است. در این نمودارها مقادیر محقق شده بازدهی (درصد) به صورت نقطه و مقادیر ارزش در معرض خطر (موقعیت خرید و فروش) ارزیابی شده به صورت خط پیوسته است.

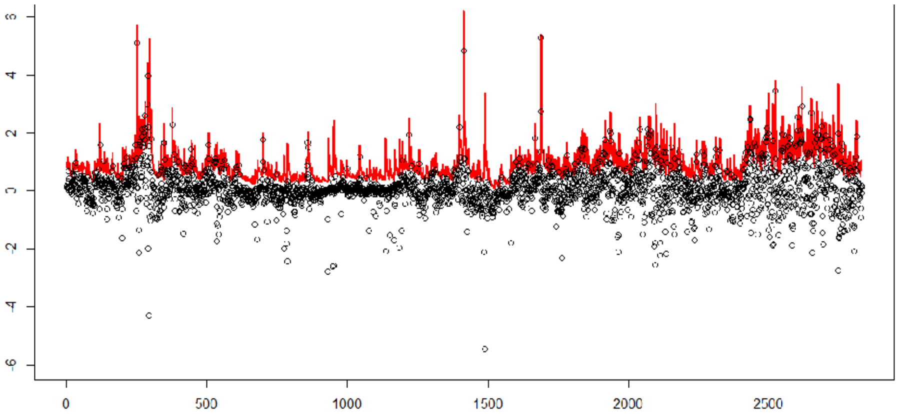
نمودار (۳)- مقایسه ارزش در معرض خطر برای موقعیت خرید مدل -EGARCH(1,1) ARMA(1,2) برای تابع توزیع نرمال نامتقارن (خط پیوسته) و بازدهی تحقق یافته(نقطه)



1- Augmented Dickey- fuller

۲- مقدار آماره Q-stat نشان می‌دهد که اجزاء اخلال دارای همبستگی نیستند و آزمون ARCH-LM در سطح احتمال ۱۰ درصد فرض همسانی واریانس پذیرفته می‌شود.

نمودار (٤)- مقایسه ارزش در معرض خطر برای موقعیت فروش -EGARCH(1,1)
ARMA(1,2) برای تابع نرمال نامتقارن (خط پیوسته) و بازدهی تحقق یافته(نقطه)

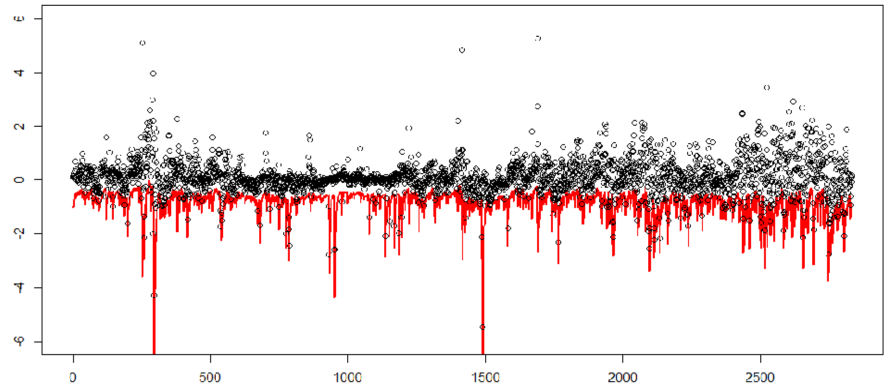


وجود همبستگی بالا در قدرمطلق بازدهی‌ها تایید می‌کند سری زمانی بازدهی می‌تواند دارای حافظه بلندمدت در واریانس شرطی داده‌ها باشد. نمودار همبستگی با ۲۰۰ وقفه نیز که در ضمیمه آورده شده است، تاییدکننده این موضوع است. برای این منظور و جهت لحاظ کردن حافظه بلندمدت با استفاده از یک مدل ARMA(1,2) -GJRGARCH(1,1) مقادیر مورد نظر برای میانگین و واریانس شرطی که برای ارزیابی ارزش در معرض خطر دارایی‌ها با توجه به موقعیت معاملاتی سهامدار مورد استفاده قرار می‌دهیم. نتایج حاصل از تخمین این مدل در جدول (۹) پیوست آورده شده است.[۱] همچنین این مدل برای توابع توزیع t و نرمال نامتقارن در نمودارهای (۱۰) و (۱۱) آورده شده است. در نمودارهای (۵) و (۶) نتایج حاصل از مدل ارزش در معرض خطر به‌ترتیب برای موقعیت خرید و فروش در سطح اطمینان ۹۵ درصد برای این مدل‌ها که تابع توزیع جملات خطا نرمال نامتقارن باشد، آورده شده است. در این نمودارها مقادیر محقق شده بازدهی به صورت نقطه و مقادیر ارزش در معرض خطر به ترتیب برای موقعیت خرید و فروش ارزیابی شده به صورت خط پیوسته است.

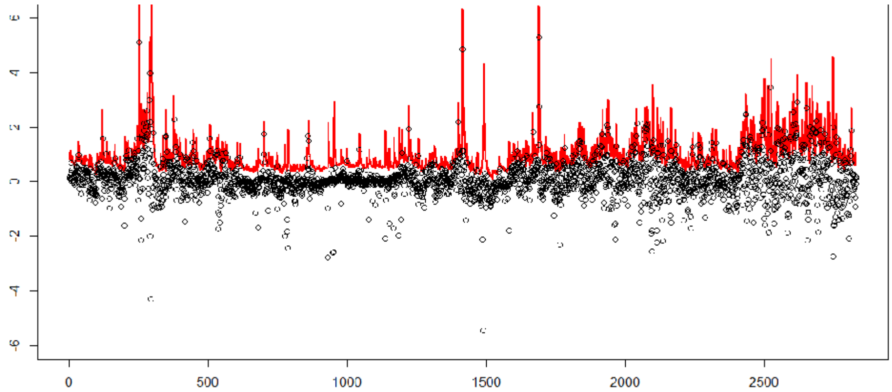
---

[۱]- آماره‌های یانگ- باکس برای باقیمانده ها و مربعات باقی‌مانده‌ها در مدل تخمین‌زده شده به‌ترتیب با p-value ، ۰/۲۹و ۰/۵۴ در سطح اطمینان ۱۰ درصد تایید می‌کند که همبستگی بین آن‌ها وجود ندارد.

نمودار (۵)- مقایسه ارزش در معرض خطر برای موقعیت خرید -GJRGARCH(1,1) ARMA(1,2) برای تابع توزیع نرمال نامتقارن (خط پیوسته) و بازدهی تحقق یافته(نقطه)



نمودار (٦)- مقایسه ارزش در معرض خطر برای موقعیت فروش -GJRGARCH(1,1) ARMA(1,2) برای تابع توزیع نرمال نامتقارن (خط پیوسته) و بازدهی تحقق یافته(نقطه)



برای ارزیابی عملکرد مدل‌ها در تخمین ارزش در معرض خطر شاخص بورس تهران از پنجره غلتان[1] ۱۰۰تایی و تعداد داده‌های برون نمونه‌ایی، ۱۸۸۳ مشاهده انجام شده است. در این ارزیابی تعداد تخطی‌های رخ داده در مشاهدات برون نمونه‌ای آمده است. با توجه به وجود عدم تقارن در چولگی در مشاهدات بازدهی مقایسه عملکرد توابع توزیع نرمال و t در دو حالت متقارن و نامتقارن و برای سطح اطمینان ۹۵ و ۹۹ درصد به ترتیب در جدول‌های (۳) و (۴) آورده شده است.

1- Rolling Windows

جدول (۳)- مقایسه تعداد تخطی‌های VaR مدل‌های پارامتریک با در نظر گرفتن نوع متفاوت تابع توزیع (سطح اطمینان ۹۵ درصد)

نام مدل	توزیع نرمال	توزیع t	توزیع نرمال نامتقارن	توزیع t نامتقارن
GARCH(1,1)-ARMA(1,2)	۱۰۵	۱۱۸	۸۸	۱۱۹
EGARCH(1,1)-ARMA(1,2)	۸۹	۱۱۲	٧٦	۹۷
GJRGARCH.(1,1)-ARMA(1,2)	۸۰	۱۱۱	۷۹	۱۰۲

در سطح اطمینان ۹۵ درصد انتظار داریم تقریبا ۹۲ تخطی برای مشاهدات داشته باشیم. در حالی که در سطح ۹۹ درصد انتظار ۱۹ تخطی را داریم. نتایج به‌دست آمده از جدول‌های (۳) و (۴) تایید می‌کند که اولا مدل‌های GJRGARCH دارای عملکرد بهتری از سایر مدل‌های واریانس شرطی است و ثانیا با در نظر گرفتن تابع توزیع نامتقارن عملکرد مدل‌ها در ارزیابی ارزش در معرض خطر دارایی‌ها نیز بهتر شده است.

جدول (٤)- مقایسه تعداد تخطی برای ارزیابی ارزش در معرض خطر مدل‌های پارامتریک با در نظر گرفتن نوع متفاوت تابع توزیع (سطح اطمینان ۹۹ درصد)

نام مدل	توزیع نرمال	توزیع t	توزیع نرمال نامتقارن	توزیع t نامتقارن
GARCH(1,1)-ARMA(1,2)	۳۲	۱۹	۱۷	۱۰
EGARCH(1,1)-ARMA(1,2)	۲۹	١٦	۱۸	۱۰
GJRGARCH.(1,1)-ARMA(1,2)	۳۰	۱۳	١٦	٦

۷- رتبه‌بندی مدل‌های پارامتریک

با استفاده از معیارهای معرفی شده در بخش چهارم و معادلات (۱۳) و (۱۴) مقادیر اندازه تنبیهی را برای مدل‌های پارامتریک خانواده GARCH با لحاظ کردن تابع توزیع متفاوت و موقعیت معاملاتی سرمایه‌گذار به‌دست می‌آوریم. نتایج به‌دست آمده در جدول‌های (۵) و (۶) به ترتیب برای موقعیت معاملاتی خرید و فروش خلاصه شده است. در محاسبه مقدار نهایی اندازه تنبیهی که برای نتایج هر مدل در نظر گرفته می‌شود، تعداد روزهایی که شاخص دارای بازدهی مثبت بوده، ۱۵۸۵ روز و تعداد روزهایی که شاخص دارای بازدهی منفی بوده، ۱۲۹۷ روز بوده است.

جدول (۵)- اندازه تنبیهی ارزش در معرض خطر برای موقعیت معاملاتی خرید PM

نام مدل	توزیع نرمال	توزیع t	توزیع نرمال نامتقارن	توزیع t نامتقارن
GARCH(1,1)-ARMA(1,2)	۱/۰۳	۰/۷۹	۰/۳۲	۰/۱۹
EGARCH(1,1)-ARMA(1,2)	۰/۹۵	۰/۷۵	۰/۲٤	۰/۱۳
GJRGARCH.(1,1)-ARMA(1,2)	۰/۹۳	۰/٦٧	۰/۲۱	۰/۱۲

جدول (٦)- اندازه تنبیهی ارزش در معرض خطر برای موقعیت معاملاتی فروش PM

نام مدل	توزیع نرمال	توزیع t	توزیع نرمال نامتقارن	توزیع t نامتقارن
GARCH(1,1)-ARMA(1,2)	۷/۲	۵/۲	۳/۲	۲/۹
EGARCH(1,1)-ARMA(1,2)	٦/٦	۵/۱	۲/۹	۲/۸
GJRGARCH.(1,1)-ARMA(1,2)	٦/۷	٤/۷	۳/۱	۲/٦

دو جدول (۵) و (۶) تایید می‌کند که مدل‌های EGARCH و GJRGARCH، دارای مقادیر سنجه تنبیهی کمتر و در نتیجه دارای عملکرد بهتری نسبت به سایر مدل‌ها هستند. سنجه تنبیهی در نظر گرفته برای ارزش در معرض خطر با موقعیت فروش با توجه به نوع مدل و در صورتی که بازدهی‌های مثبت دارای نوسانات زیادی باشند به صورت نمایی افزایش می‌یابد که مقدار بزرگ سنجه تنبیهی مدل GARCH موید این موضوع است.

همچنین همانطور که در بخش ۳-۴ توضیح داده شده است با استفاده از آزمون پیش‌بینی مکمل می‌توان رتبه‌بندی مدل‌های پارامتریک موجود را کامل‌تر کنیم. در این رویکرد با توجه به جدول (۳) و با تعیین مدل مبنا[1] که در اینجا مدل GJRGARCH با تابع توزیع نرمال است به آزمون تفاوت معنادار میانگین تفاضل جملات خطا با استفاده از آماره t در مدل‌های استفاده شده می‌پردازیم.

1- Benchmark

جدول (۷)- آزمون توانایی پیش‌بینی مکمل

مدل	مقدار آماره آزمون
GARCH(1,1)-ARMA(1,2)	*۱٦/۲
EGARCH(1,1)-ARMA(1,2)	*۱۳/٦
GJRGARCH.(1,1)- ARMA(1,2)-skewed T	*۱۲/٤

اعداد ستاره دار معناداری در سطح ۱ درصد را نشان می‌دهند.

جدول (۷) نشان می‌دهد که تفاضل جملات خطا ناشی از مدل GJRGARCH با سایر مدل‌ها مانند GARCH و EGARCH دارای تفاوت معناداری از صفر است، یعنی سایر مدل‌ها اگرچه دارای نتایج نزدیک به مدل GJRGARCH هستند، اما نمی‌توان آن‌ها را به‌جای مدل مبنا استفاده کرد. بنابراین، می‌توان خلاصه‌ای از عملکرد مدل‌های پارامتریک با توابع توزیع متقارن و نامتقارن و رتبه آن‌ها را در جدول (۸) نشان داد. همانطور که در این جدول گزارش شده است، مدل‌های GJRGARCH- ARMA-normal و EGARCH-ARMA-normal-tst دارای رتبه اول از نظر بهترین عملکرد شامل دقت و توانایی پیش‌بینی مکمل هستند. همچنین جدول تایید می‌کند که توابع توزیع نامتقارن باعث افزایش قدرت پیش‌بینی برای داده‌های برون نمونه‌ای شده است.

جدول (۸)- رتبه عملکرد مدل‌های پارامتریک با در نظر گرفتن تابع توزیع متقارن و نامتقارن

نام مدل	رتبه
GARCH-ARMA- normal	۳
EGARCH-ARMA-normal	۲
GJRGARCH- ARMA-normal	۱
GARCH-ARMA- tst	۳
EGARCH-ARMA-normal-tst	۲
GJRGARCH- ARMA-tst	۱
GARCH-ARMA- sknormal	۳
EGARCH-ARMA- sknormal	۱
GJRGARCH- ARMA-sknormal	۲
GARCH-ARMA- sktst	۳
EGARCH-ARMA-sktst	۱
GJRGARCH- ARMA-sktst	۲

۸- نتیجه‌گیری

ناظران مالی و مدیران ریسک با روش‌های متفاوتی برای ارزیابی ارزش در معرض خطر دارایی‌ها در بازار سهام مواجه هستند. برای انتخاب یک مدل مناسب تخمین ارزش در معرض خطر باید علاوه بر ارزیابی مدل در موقعیت خرید به عملکرد این مدل‌ها در موقعیت فروش نیز توجه شود.

در این مقاله با تعمیم روش شنر و دیگران (۲۰۱۲) به معرفی معیارهای آماری به مقایسه عملکرد مدل‌های پارامتریک شامل مدل‌های خانواده GARCH، (GARCH، EGARCH و GJRGARCH) پرداختیم. توابع جریمه‌ای در نظر گرفته شده در دو بخش بازدهی مثبت و منفی برای لحاظ کردن موقعیت فروش و خرید معرفی شد که با توجه به وجود واریانس ناهمسانی و خوشه‌ای بودن داده‌های بازدهی برای کاهش اثر خوشه‌های دورتر بازدهی بر همدیگر از یک مدل غیرخطی در این توابع تنبیهی استفاده کرده‌ایم. نتایج به‌دست آمده تایید می‌کند که مدل‌های GJRGARCH و EGARCH با لحاظ کردن تابع توزیع نامتقارن برای پوشش موقعیت متفاوت خرید یا فروش دارای عملکرد و دقت بهتری نسبت به سایر مدل‌ها با توابع توزیع متقارن هستند.

به طور کلی توابع توزیع نامتقارن با در نظر گرفتن رتبه عملکرد مدل‌ها دارای رتبه بهتری نسبت به توابع توزیع متقارن هستند که علت آن را می‌توان به چولگی بازدهی مورد نظر در دوره زمانی مورد نظر دانست.

مدل GJRGARCH با تابع توزیع نرمال را به عنوان مدل مبنا در نظر گرفتیم و برای مقایسه جملات خطای حاصل از مدل‌های معرفی شده با مدل مبنا از آزمون توانایی پیش-بینی مکمل استفاده کردیم. نتایج حاصله تایید می‌کند که تفاضل جملات خطای ناشی از مدل GJRGARCH با جملات خطای سایر مدل‌های مورد استفاده دارای تفاوت معناداری از صفر هستند. این به آن معنی است که مدل EGARCH دارای نتایج نزدیکی به مدل GJRGARCH است، اما نمی توان آن را در ارزیابی ریسک و بازده به‌جای مدل GJRGARCH جایگزین کرد.

پیوست

جدول (۹)- نتایج حاصل از تخمین مدل GJRGARCH(1,1)-ARMA(1,2) تابع توزیع t متقارن

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
mu	۰/۷	۰/۳٤	۲/۰٦	۰/۰۱
ar1	۰/۷٤	۰/۲۳	۳/۲۲	۰/۰۰
ma1	−۰/٦٤	۰/۳۱	−۲/۰٦	۰/۰۱
ma2	−۰/۲۱	۰/۰۳	−۷/۰۰	۰/۰۰
omega	۰/۱۱	۰/۰٤	۲/۷۵	۰/۰۰
alpha1	۰/۵۹	۰/۱٤	٤/۲۱	۰/۰۰
beta1	۰/۵۳	۰/۲۳	۲/۳۰	۰/۰۰
gamma1	۰/۵۹	۰/۱۷	۳/۵	۰/۰۰
shape	۱/۸۹	۰/۳٤	۵/۵٦	۰/۰۰

جدول (۱۰)- نتایج حاصل از تخمین مدل GJRGARCH(1,1)-ARMA(1,2) تابع توزیع t نامتقارن

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
mu	۰/۸۱	۰/۰۹	۹/۰۰	۰/۰۰
ar1	۰/۵۳	۰/۲۲	۲/٤۱	۰/۰۰
ma1	−۰/۸٤	۰/۳۱	−۲/۷۱	۰/۰۰
ma2	−۰/۹۱	۰/٤۳	−۲/۱۲	۰/۰۰
arfima	۰/۲۹	۰/۱۳	۲/۲۳	۰/۰۰
omega	۰/۰۵	۰/۰۱	۵/۰۰	۰/۰۰
alpha1	۰/۷۷	۰/۱۸	٤/۲۸	۰/۰۰
beta1	۰/٦۷	۰/۲۳	۲/۹۱	۰/۰۰
gamma1	۰/۹۱	۰/۱۳	۷/۰۰	۰/۰۰
skew	۱/۸	۰/۵٤	۳/۳۳	۰/۰۰
shape	۳/۲۲	۰/۸٤	۳/۸۳	۰/۰۰

جدول (۱۱)- نتایج حاصل از تخمین مدل GJRGARCH.(1,1)-ARMA(1,2) با توزیع نرمال نامتقارن

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
mu	۰/٤۳	۰/۲۱	۲/۰۵	۰/۰۱
ar1	۰/۵۹	۰/۱۹	۳/۱۱	۰/۰۰
ma1	−۰/٦۸	۰/۲۳	−۲/۹٦	۰/۰۰
ma2	−۰/۷۹	۰/۳۹	−۲/۰۳	۰/۰۱
arfima	۰/۲۲	۰/۰۹	۲/٤٤	۰/۰۰
omega	۰/۱	۰/۰۳	۳/۳۳	۰/۰۰
alpha1	۰/۷۸	۰/۲۳	۳/۳۹	۰/۰۰
beta1	۰/۷۸	۰/٤٤	۱/۷۷	۰/۰۷
gamma1	۰/۱٦	۰/۰۹	۱/۷۸	۰/۰۷
skew	۰/۸۷	۰/۳۸	۲/۲۹	۰/۰۰

منابع

ب- انگلیسی

Bollerslev, T. and H. Mikkelsen (1996), “Modeling and Pricing Long-Memory in Stock Market Volatility”, *Journal of Econometrics*, 73:151-84.

Mittnik, S., and M. S. Paolella (2003), ‘‘Prediction of Financial Downside-Risk with Heavy-Tailed Conditional Distributions’’, In S. T. Rachev (ed.), Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance. Amsterdam: North-Holland.

Berkowitz, J., and J. O’Brien (2002), “How Accurate are the Value-at-risk Models at Commercial Banks?”, *Journal of Finance*, 57, 1093–1111.

Diebold, F. X., and R.S. Mariano (1995), “Comparing Predictive Accuracy”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 13, 253–265.

Engle, R. F., and S. Manganelli (2004), “CAViaR: Conditional Autoregressive Value at Risk by Regression Quantiles”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 22, 367–381.

White, H. (2000), “A Reality Check for Data Snooping”, *Econometrica*, 68, 1097–1126.

Emrah Şener , Sayad Baronyana ana Levent Ali Mengütürk (2012), “Ranking the Predictive Performances of Value-at-risk Estimation Methods”, *International Journal of Forecasting*,28, 849-873.

Awartani, B. M. A., and V. Corradi (2005), “Predicting the Volatility of the S&P-500 Stock Index Via GARCH Models: The Role of Asymmetries”, *International Journal of Forecasting*, 21, 167–183.

Fuertes, A. M., Izzeldin, M., and E. Kalotychou (2009), “On Forecasting Daily Stock Volatility: The Role of Intraday Information and Market Conditions”, *International Journal of Forecasting*, 25, 259–281.

Giacomini, R., and H. White (2006), “Tests of Conditional Predictive Ability”, *Econometrica*, 74, 1545–1578.

Hansen, P. R. (2005), “A Test for Superior Predictive Ability”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 23, 365–380.

Hung, J. C., Lee, M. C., and H.C. Liu (2008), “Estimation of Value-at-risk for Energy Commodities Via Fat-tailed GARCH Models”, *Journal of Energy Economics*, 30(3), 1173–1191.

Lopez, J. (1998), “Methods for Evaluating Value-at-risk Estimates”, Federal Reserve Bank of New York, Research Paper No. 9802.

Lopez, J., and F.X. Diebold (1995), "Forecast Evaluation and Combination", Federal Reserve Bank of New York. Research paper No. 9525.

Basel Committee on Banking Supervision (1996), "Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risks".

Glosten, L. R., R. Jagannathan, and D. E. Runkle, (1993), "On The Relation between The Expected Value and The Volatility of Nominal Excess Return on Stocks", *Journal of Finance,* 48: 1779-1801.

Nelson, D. (1991), "Conditional Heteroscedasticity in Asset Returns: A New Approach", *Econometrica*, 59, 347–370.

Pier Giot and Sebastian Laurent (2003), "Value at Risk for Long and Short Trading Position" *Journal of Applied Econometrics*, john wily & sons Ltd. Vol 18.